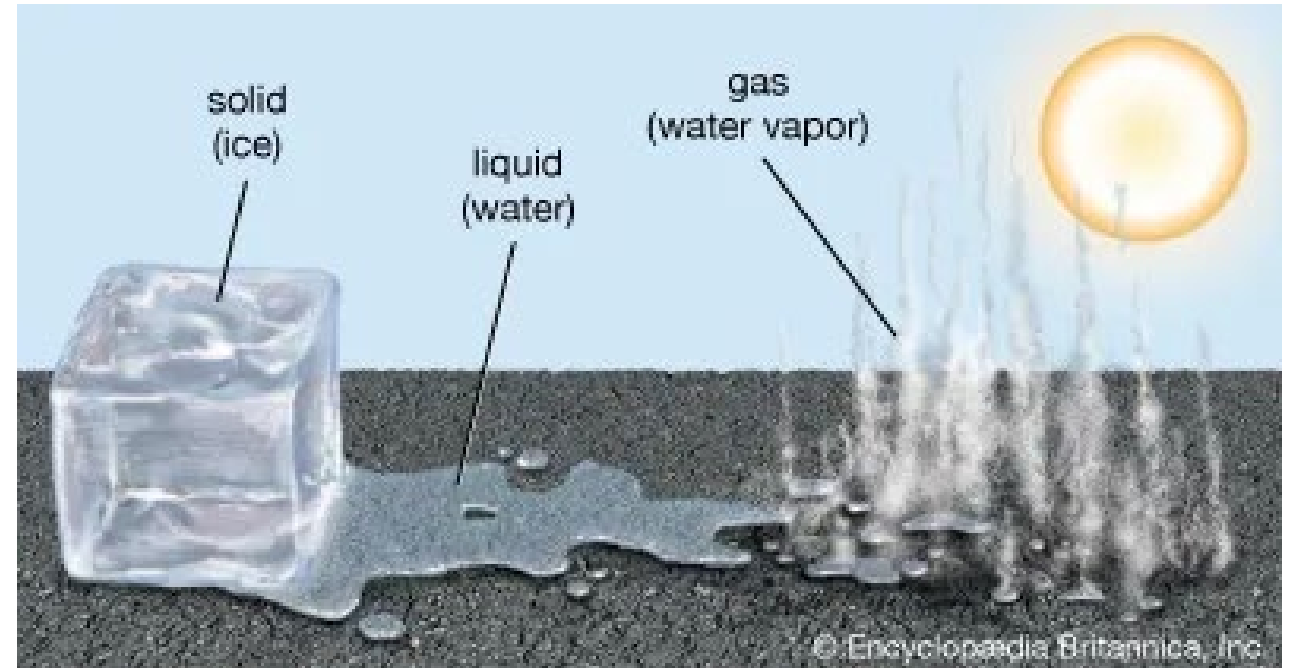


- **Introduzione**

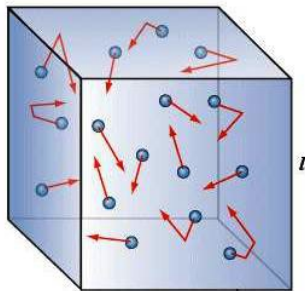
- L'interpretazione atomistica della materia in termini di particelle *interagenti* tra loro è alla base della comprensione dei comportamenti macroscopici e delle proprietà collettive dei sistemi fisici come li osserviamo nella nostra esperienza quotidiana, dai gas ai liquidi, ai solidi nelle loro diverse forme, ad *esempio l'acqua*



Secondo questa interpretazione ciascun sistema macroscopico è composto da un gran numero di elementi, che possono di volta in volta essere le molecole, gli atomi, gli elettroni, gli spin. . . , ed è descrivibile attraverso il gran numero di variabili microscopiche che caratterizzano lo stato (*posizione  $x$  e quantità di moto  $p$*  nel caso classico) dei singoli atomi. D'altro canto il comportamento macroscopico del sistema è descrivibile attraverso la termodinamica con le poche variabili macroscopiche quali la pressione , la temperature e il volume

*Si ha quindi un riduzionismo che, partendo dalla descrizione di un sistema in termini dei suoi innumerevoli costituenti elementari permette di arrivare, attraverso un'operazione di media, alla descrizione delle sue proprietà macroscopiche in termini di poche variabili rilevanti.*

$x, p$  per gli  
 $N$  atomi



Meccanica Statistica



Operazione di media  
Maxwell- Boltzmann-Gibbs

Termodinamica  $P, V, T$

Ludwig E. Boltzmann  
(1844-1906)



Massima Entropia ed equilibrio.

Reversibilità microscopica e Irrevesibilità macroscopica

Quindi già nella seconda metà dell'800 il modello a particelle debolmente interagenti aveva permesso di comprendere a livello fondamentale la termodinamica dei gas classici (equazione di stato, calore specifico,..) per proseguire nel XX secolo nello studio dei gas quantistici punto di partenza per comprendere sia la termodinamica che il trasporto di materia senza attrito **dei superfluidi e dei superconduttori.**

Effetti quantistici:  $\lambda = d = \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}, \quad p = mv \rightarrow \frac{h}{\lambda}$

Temperatura a cui si hanno effetti quantistici

$$k_B T_{Quantum} \sim (h^2/m) (N/V)^{2/3}, \quad h \text{ e } k_B \text{ costanti di Planck e Boltzmann}$$

Un gas quantistico può essere costituito da Bosoni o Fermioni.

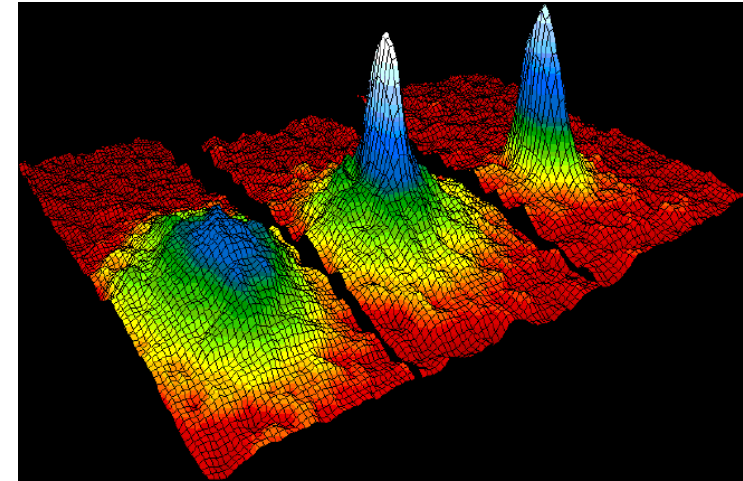
I **Bosoni** possono occupare lo stesso stato e sono soggetti al *fenomeno della condensazione di Bose-Einstein in base al quale al di sotto di una temperatura  $[T_{BE} \sim T_{Quantum}]$  una frazione finita di tutte le particelle vanno ad occupare lo stesso stato quantistico.*

*In questo modo le proprietà quantistiche vengono trasferite a livello macroscopico.*

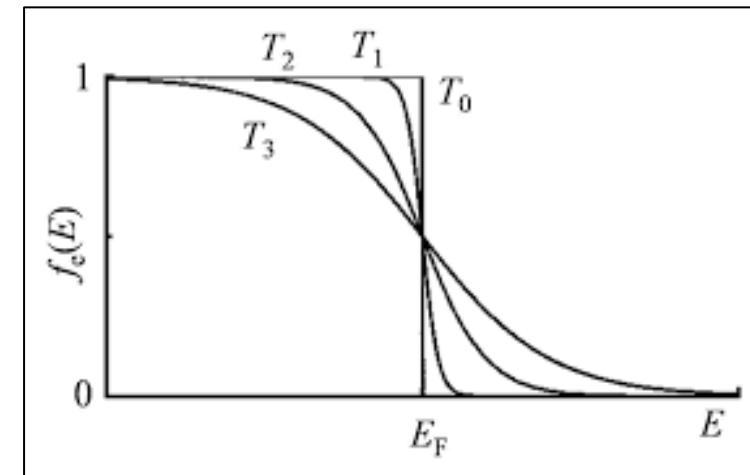
I **Fermioni** a spin semintero soddisfano al *principio di esclusione di Pauli* per cui non più di una particella può occupare lo stesso stato dando luogo a una diversa distribuzione statistica

Il fenomeno di condensazione non è possibile

$$E_F = k_B T_F \sim k_B T_{Quantum}$$



Atomi  
Rubidio  
ultra-  
freddi  
1995  
Cornell,  
Wieman,  
Ketterle  
Nobel  
2001



La comprensione teorica della materia era tuttavia limitata dall'uso del "modello gas" anche per sistemi formati da «particelle» fortemente interagenti tra loro, al più con l'aggiunta di considerare l'interazione come piccola perturbazione il cui effetto poteva essere calcolato approssimativamente

Ad esempio la teoria di Drude (1900) (Sommerfeld) del trasporto di corrente elettrica nei metalli, considerando gli elettroni di conduzione come un *gas di particelle di massa  $m$  e carica  $-e$  in moto libero da ogni interazione tra un urto e l'altro* con gli ioni reticolari o le impurezze se presenti

Punto di partenza per il nuovo fenomeno della localizzazione che vedrete (P. W. Anderson premio Nobel 1977)

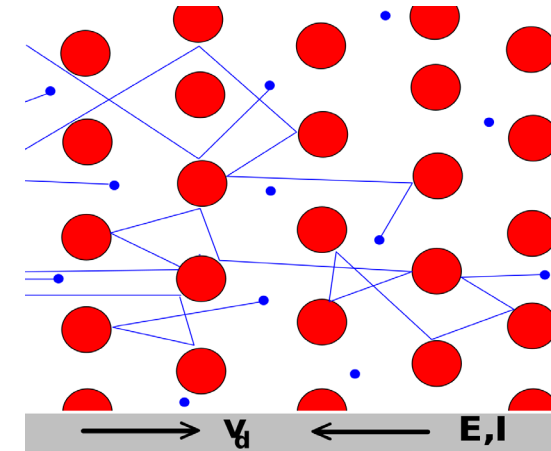


Figura da Wikipedia

## Quasiparticelle

Un salto enorme nella comprensione dei sistemi interagenti è avvenuto a partire dagli anni quaranta del '900 *ad opera di Landau, sostituendo il "modello gas di atomi" con quello del "gas di quasi-particelle" che racchiudano in modo efficace l'effetto dell'interazione* e come le particelle abbiano *energia  $\epsilon$  e impulso  $p$  ben definiti* ma in diversa relazione tra loro:  $p^2/2m \rightarrow \epsilon = \epsilon(p)$  *specificata per ogni sistema*



Lev Landau  
1908-1968  
Premio Nobel  
1962

Le quasiparticelle individuano a bassa temperatura le eccitazioni di ciascun sistema dal suo stato di equilibrio termodinamico di energia più bassa.

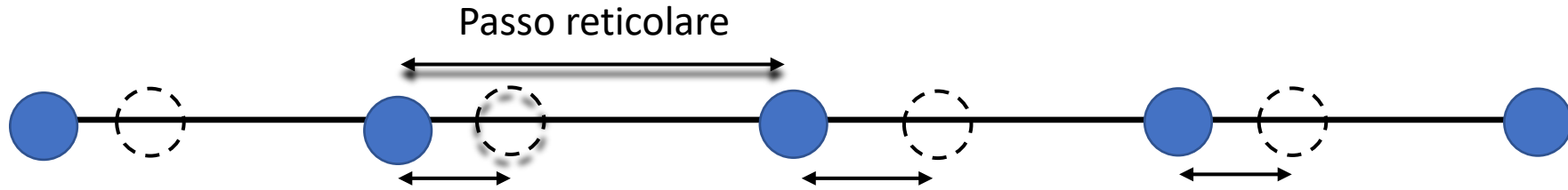
La statistica originaria fermionica o bosonica viene mantenuta, si hanno così tutti i risultati della termodinamica e del trasporto propri di un gas con quella relazione  $\epsilon = \epsilon(p)$ , come il calore specifico, la suscettività magnetica, il trasporto termico,... modificati nei parametri per tener conto dell'interazione in modo efficace.

Ad esempio sostituendo la massa degli elettroni nei metalli o degli atomi dell'isotopo tre (due protoni e un neutrone) dell'elio, entrambi a spin semintero e quindi fermioni, con una massa efficace ( $m \rightarrow m^*$ ) e tenendo conto del fatto che, a causa dell'interazione, la distribuzione di ogni particella dipende dalla distribuzione di tutte le altre, *Landau nel 1957 costruì la teoria del "normal Fermi liquid", paradigmatica nel descrivere il comportamento a bassa T del liquido quantistico isotopo tre dell'Elio e dei metalli.*

*La violazione di questa teoria nel comportamento della fase metallica dei superconduttori ad alta temperatura critica scoperti nel 1987 è uno dei temi fondamentali della ricerca attuale*

## Un altro esempio solidi e fononi

Il solido sostituito con un gas di onde vibrazionali o fononi acustici con  $\varepsilon = cp$ , le quasiparticelle o eccitazioni di una dinamica dei solidi: comprensione di molte proprietà dei solidi, quali il calore specifico, la conduzione termica ed elettrica



Caso classico legge di Dulong-Petit  $c_V = 3Nk_B$

Modello di Debye quantistico con  $\varepsilon = cp$ . 
$$C_V = \frac{12\pi^4 Nk_B}{5} \left( \frac{T}{T_D} \right)^3$$

Questo *paradigma interpretativo di Landau* è stato centrale per la fisica del XX secolo tanto che l'intero mondo della struttura della materia condensata si pensava fosse riconducibile ad *una collezione di quasi-particelle in modo che l'operazione di media statistica potesse avvenire semplicemente come per un gas.*

L'operazione che rimaneva da fare quindi era sviluppare tecniche e metodi di approssimazione della dinamica (*teoria dei molti corpi* sviluppata proprio in quegli anni) dei sistemi di particelle interagenti per individuare le quasiparticelle specifiche del sistema in studio.

*Noi ci occupiamo solo dei superfluidi e dei superconduttori*

L'isotopo Elio quattro (due protoni-due neutroni) diventa *superfluido* a temperature  $T$  minori della *temperatura critica*  $T_c=2.2\text{ K}$

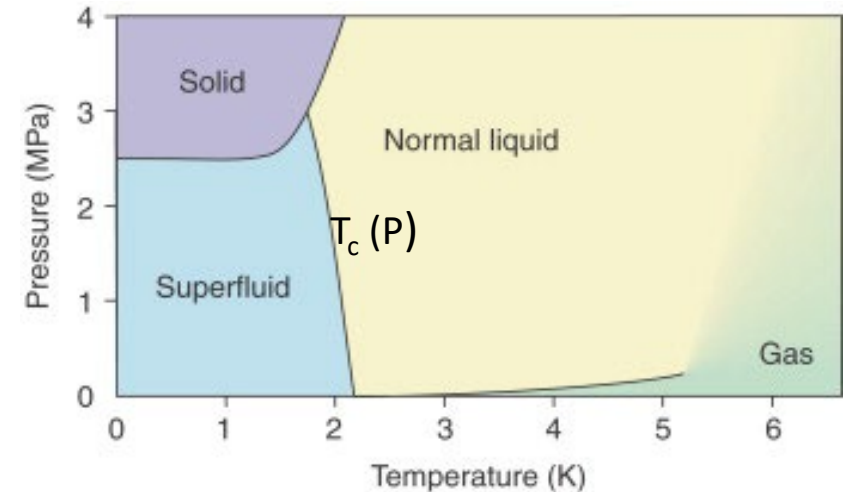
Il trasporto di materia avviene con un moto complessivo ordinato *senza viscosità* cioè può passare in un capillare *senza ci sia attrito* con le pareti *e dissipazione del moto in calore*.

Gli atomi devono essere coerentemente organizzati in un singolo stato, cosa che gli atomi di Elio, essendo Bosoni (spin 0), possono fare.

Come abbiamo visto per un gas di Bose, al di sotto di una temperatura una frazione finita (8%) di tutte le particelle vanno ad occupare lo stesso stato quantistico.

In questo modo *le proprietà quantistiche* dello stato di singolo atomo vengono *coerentemente trasferite al livello macroscopico dell'intero sistema*.

Diagramma di fase dell'elio quattro

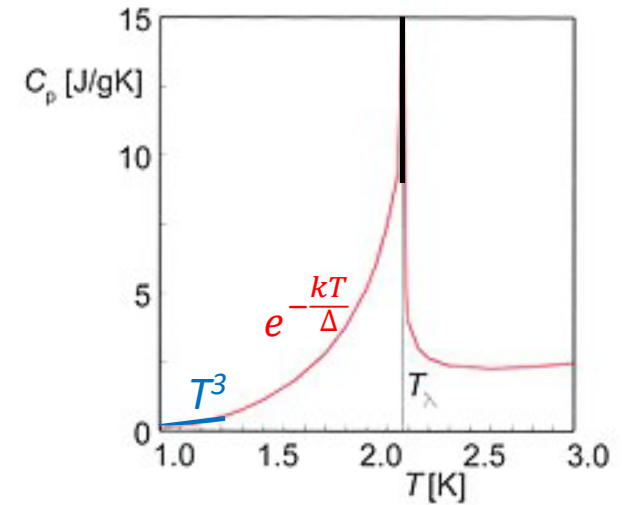


Landau (1941) formulò *una teoria della superfluidità* basata sulle quasiparticelle ( premio Nobel per questo)

-Derivò *la forma* dello spettro di energia  $\varepsilon(p)$  per le quasiparticelle presenti nella fase superfluida dell'Elío in connessione con l'andamento del calore specifico, per cui le quasiparticelle devono avere:

«una **parte fononica** ( $\varepsilon(p)=cp$ ) *corrispondente all'andamento potenza in  $T^3$  del calore specifico del modello di Debye;*

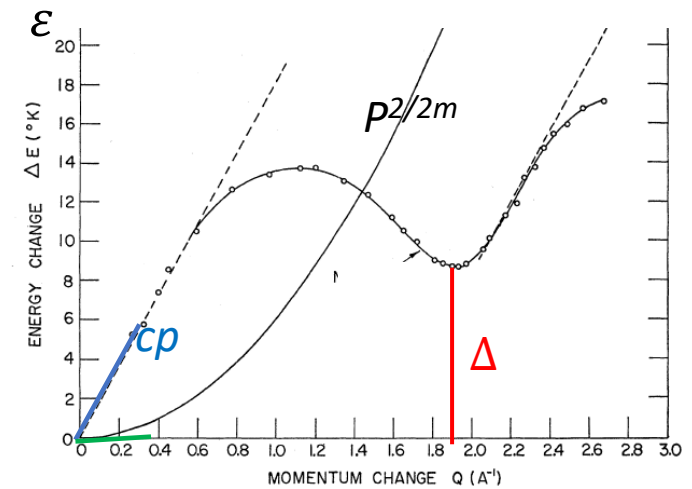
*una parte "rotonica" con gap ( $\varepsilon(p)=\Delta + \frac{p^2}{2\mu}$ ) corrispondente a un andamento  $C \sim e^{-\frac{kT}{\Delta}}$ .*



-Per dissipare nel moto, l'Elío dovrebbe interagire con le pareti del capillare attraverso creazione e distruzione di quasiparticelle.

Imponendo le leggi di conservazione al sistema in moto si ha che il sistema *non può dissipare per velocità inferiori ad un valore critico  $v_c$  dato dalla pendenza dello spettro di energia  $\varepsilon(p)$  per le quasiparticelle presenti nella fase superfluida.*

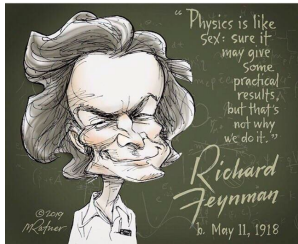
*Il gas di Bose non è un superfluido  $v_c=0$*



**Singularità nel calore specifico a  $T_c$**



*Feynmann (1918-1988, premio Nobel 1965) basandosi sulle proprietà generali dello stato quantistico (funzione d'onda) di un fluido di Bose derivò (1953-54) una teoria atomistica dell'elio superfluido in analogia con quella di Landau e incluse anche i vortici quantizzati.*



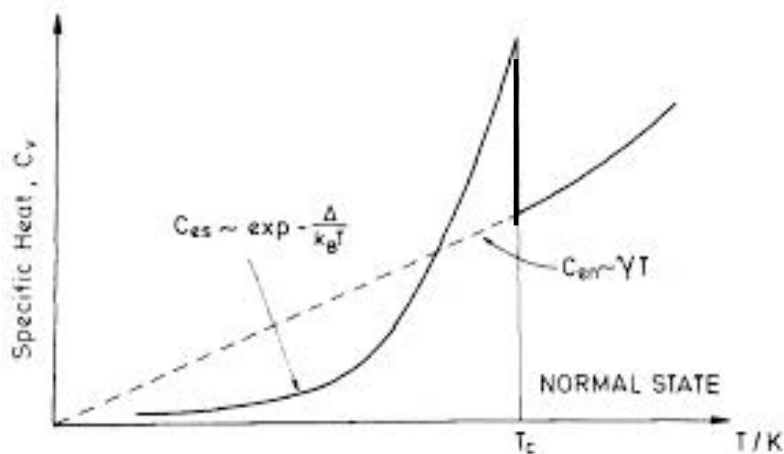
## Superconduttori

Alcuni metalli *diventano superconduttori* per temperature sotto la *temperatura critica*  $T < T_c$  (specifica per ciascun materiale e dell'ordine di 1-10 Kelvin per i superconduttori classici, Al  $T_c = 1.2\text{K}$ , Sn  $T_c = 3.7\text{K}$ , Nb  $T_c = 9.2\text{K}$ ....)

*La corrente elettrica scorre senza effetto resistivo, cioè senza dissipazione per effetto Joule. L'isotopo tre dell'Elio (spin  $\frac{1}{2}$ ) diventa superfluido a  $T$  molto bassa ( $T_c \approx 2.6\text{mK}$ )*  
 Gli elettroni o gli atomi dell'Elio tre essendo fermioni non possono condensare

La teoria di Bardeen-Cooper-Schriffer (1957, Nobel prize 1972) prevede che al di sotto di una certa temperatura gli elettroni, mediante l'interazione con i fononi reticolari, *formano "coppie bosoniche" e poi condensano come i bosoni.*

Per eccitare questo stato di coppie serve *un'energia finita*, le quasiparticelle hanno quindi *una gap di energia  $\Delta$* , e secondo il criterio di Landau *il trasporto di corrente avviene*



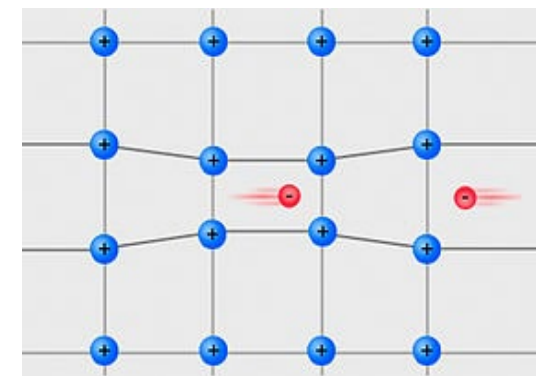
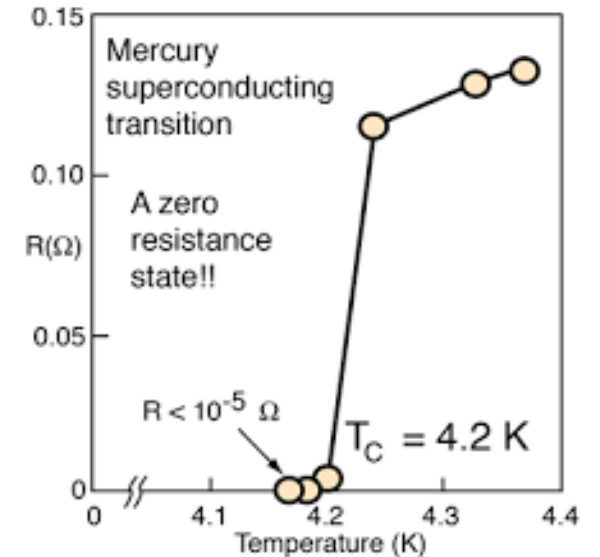
*senza dissipazione (rigidità dello stato quantistico)*

Prima della teoria BCS la gap era stata prevista anche in base a un andamento esponenziale del

*calore specifico  $C \sim e^{-\frac{kT}{\Delta}}$*

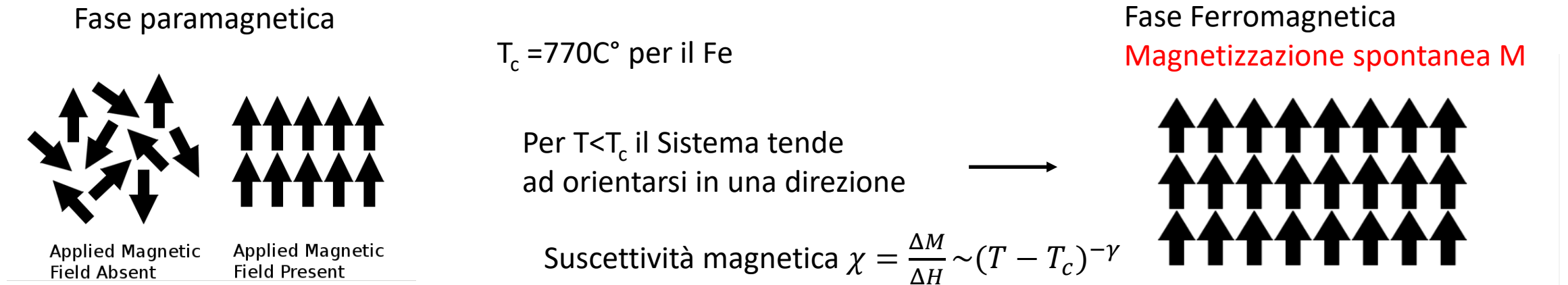
**Salto del calore specifico a  $T_c$**

Kamerling-Onnes , 1911



## Cambio di paradigma

Come abbiamo visto nel calore specifico dei superfluidi e dei superconduttori si ha una *singolarità al punto critico* del passaggio dalla fase normale ( $T > T_c$ ) al super ( $T < T_c$ ), generale per tutte le transizioni ad esempio come nel passaggio dal liquido al gas e nel magnetismo:



Nel passaggio dal sistema disordinato a quello ordinato con *cambio di simmetria (rottura spontanea di simmetria)* si evidenzia una proprietà che prima non c'era (*proprietà emergente*) la magnetizzazione spontanea nei ferromagneti o la *superconduzione nei superconduttori*.

*Questo processo non dipende dal sistema particolare ma fatta l'opportuna rispondenza tra variabili, i sistemi possono essere divisi in gruppi, con lo stesso comportamento universale in ciascun gruppo.*

## Cambio di paradigma

Questo comportamento universale è dovuto al fatto che avvicinandoci al punto di instabilità di una fase nell'altra (dalla fase superfluida alla fase dissipativa o dal liquido al gas, dal paramagnete al ferromagnete...) si formano bolle della fase sbagliata (fluttuazioni del parametro d'ordine) nella fase dominante con *dimensioni*  $\xi$  sempre più grandi man mano che ci si avvicina *al punto critico* finché tutto il sistema si trasforma nell'altra fase:  $\xi$ , detta lunghezza di correlazione *diventa infinita* e *tutti i singoli costituenti del sistema sono correlati tra loro*.

La descrizione in termini di gas di particelle o di quasiparticelle perde significato.

Al punto critico dato che la distanza di correlazione è andata all'infinito, le correlazioni tra le varie parti del sistema non dipendono dalle loro dimensioni e la sequenza si ripete su tutte le scale con proprietà di *autosimilarità* o di *invarianza di scala delle lunghezze*.

Questo processo ci fornisce uno schema generale di filtro che permette di passare da un sistema ad un altro scalato *eliminando le informazioni a breve distanza, ritenute inessenziali per la descrizione del fenomeno critico*, mettendo in risalto le proprietà a grandi distanze che diventano calcolabili esplicitamente nel modello asintotico libero dai dettagli irrilevanti.

Primo passo per lo studio dei sistemi complessi *collettivi "complessi"* per i quali la conoscenza del comportamento dei singoli elementi costituenti non fornisce direttamente la conoscenza del sistema macroscopico, di cui certamente avete sentito parlare in occasione del premio Nobel a Parigi

