



ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

CONVEGNO INTERNAZIONALE

**GLI ECONOMISTI POSTKEYNESIANI
DI CAMBRIDGE E L'ITALIA**

11 e 12 MARZO 2009

COMITATO ORDINATORE

G. BECATTINI, P. CIOCCA, T. COZZI, C. D'ADDA, M. DE BENEDICTIS, G. GANDOLFO, P. GAREGNANI, A. GRAZIANI, S. LOMBARDINI, G. LUNGHINI, A. MONTESANO, I. MUSU, L. L. PASINETTI (Presidente), A. QUADRIO CURZIO, A. RONCAGLIA, I. VISCO

COMITATO ORGANIZZATORE

T. COZZI, G. LUNGHINI (Coordinatore), A. MONTESANO, L. L. PASINETTI, A. QUADRIO CURZIO

PROGRAMMA - INVITO

Mercoledì 11 marzo

15.00 Saluto della Presidenza dell'Accademia dei Lincei

15.15 Luigi L. PASINETTI (Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano): Introduzione

Presiede: Luigi L. PASINETTI

15.45 Giorgio LUNGHINI (IUSS, Pavia): *La «Teoria generale» e i keynesiani: un'eredità giacente*

16.15 Pierangelo GAREGNANI (Università di Roma Tre): *La nozione di capitale nella teoria neoclassica: osservazioni sulla controversia al riguardo*

16.45 Intervallo

17.00 Terenzio COZZI (Università di Torino): *La scuola keynesiana e la teoria della crescita*

COMUNICAZIONI

17.30 Ignazio VISCO (Banca d'Italia): *Sul ruolo delle aspettative nell'economia di Keynes e in quella d'oggi*

Sergio PARRINELLO (Sapienza Università di Roma): *Una infondata portata attribuita alla teoria ricardiana dei vantaggi comparati*

Carlo D'ADDA (Università di Bologna): *I postkeynesiani e la ricerca applicata*

Giancarlo GANDOLFO (Sapienza Università di Roma): *Kaldor, Goodwin, Marrama, Palomba e la teoria non lineare del ciclo*

Alessandro RONCAGLIA (Sapienza Università di Roma): *Cambridge e Italia: teorie postkeynesiane della distribuzione*

Maria Cristina MARCUZZO (Sapienza Università di Roma), con L. FANTACCI, A. ROSSELLI, E. SANFILIPPO: *Speculation and buffer stocks: the legacy of Keynes and Kahn*

Giovedì 12 marzo

Presiede: Alberto QUADRIO CURZIO

9.30 Pierluigi CIOCCA (Sapienza Università di Roma): *Dopo Keynes: il pensiero 'critico' e le vicende dell'economia italiana*

10.00 John EATWELL (Università di Cambridge): *Effective demand in the long run*

10.30 Intervallo

COMUNICAZIONI

10.45 Ignazio MUSU (Università di Venezia): *Ha senso parlare di sviluppo sostenibile in una prospettiva postkeynesiana ?*

Roberto SCAZZIERI (Università di Bologna): *Gli studi sulle dinamiche economiche strutturali*

Mauro BARANZINI (Università della Svizzera Italiana, Lugano): *The Cantabrigiensis-Italian School of Income and Wealth Distribution*

PierCarlo NICOLA (Università degli Studi di Milano): *Qualche critica costruttiva sul postkeynesismo in Italia: a proposito della «General Theory»*

Aldo MONTESANO (Università Commerciale «Luigi Bocconi», Milano): *Capitale, funzione aggregata di produzione e coerenza dell'analisi neoclassica*

Pier Luigi PORTA (Università di Milano Bicocca): *I postkeynesiani di Cambridge e la tradizione italiana di economia politica nel dopoguerra*

12.15 Considerazioni conclusive: L.L. Pasinetti e A. Quadrio Curzio

Il Convegno è organizzato
con il contributo della BANCA D'ITALIA

PALAZZO CORSINI - VIA DELLA LUNGARA, 10

Fino alle ore 10 è possibile l'accesso per le automobili da Lungotevere della Farnesina, 10

Stesura provvisoria

Giorgio Lunghini

La Teoria generale e i keynesiani: un'eredità giacente

Sono più affezionato alle semplici idee su cui si fonda la mia teoria, che non alle forme particolari in cui le ho espresse. [...] Questa che io propongo è una teoria che spiega perché la produzione e l'occupazione siano così soggette a fluttuazioni: essa non offre una soluzione bella e pronta al problema di come evitare queste fluttuazioni e mantenere costantemente la produzione a livello ottimale.

J. M. Keynes, 1937

Tornare ai classici, senza mediazioni, è sempre utile. Classici (secondo I. Calvino) sono quei libri che non hanno mai finito di dire quel che hanno da dire; e sono opere che provocano incessantemente un pulviscolo di discorsi critici su di sé, ma continuamente se li scrollano di dosso. Il classico che oggi può essere più utile rileggere, per capire le cause della situazione attuale, è la *Teoria generale*¹ (meglio se riletta tenendo a portata di mano il *Capitale*). Della *Teoria generale*, in questa relazione vorrei indicare alcuni elementi metodologici e sostanziali che a mio parere ne sono costitutivi e che invece sono spesso rimossi, nonostante la loro rilevanza teorica e politica. Il primo elemento è l'impiego, da parte di Keynes, di categorie 'psicologiche'; il secondo è il rapporto, nella visione di Keynes, tra teoria economica e politica economica; il terzo è la filosofia sociale verso la quale la *Teoria generale* potrebbe condurre.

Il capitalismo come economia monetaria di produzione

La prima, fondamentale innovazione teoretica di J. M. Keynes - dalla quale discendono quasi tutte le altre - è la sua visione del processo economico. Il sistema economico che Keynes studia non è un sistema economico *in generale*, ma è un sistema storicamente determinato, è il

* Ringrazio C. Bianchi, P. Ciocca, G. Dosi e S. Lucarelli per i loro commenti.

¹ J. M. Keynes, *The General Theory of Employment Interest and Money*, Macmillan, Londra 1936.

sistema economico capitalistico: nel linguaggio di Keynes, è una *economia monetaria di produzione*.

C'è un momento preciso in cui Keynes cambia il modo di pensare i problemi economici; è quando, nel 1932, il titolo delle sue lezioni, da *La teoria pura della moneta* diventa *La teoria monetaria della produzione* (espressione che peraltro non compare mai nella *Teoria generale*). L. Pasinetti, nel suo libro più recente², rintraccia la genesi di questo cambiamento in molti testi dello stesso Keynes e nelle reazioni dei membri del *Circus*, ma io vorrei indicare due luoghi che mi paiono particolarmente significativi e che meritano citazione: il brevissimo articolo del 1932 su *A Monetary Theory of Production* (pubblicato l'anno dopo nel *Festschrift für Arthur Spiethoff*)³, e un brano del 1933 dei *Tilton papers*⁴. Nel primo si legge:

A mio parere, la ragione principale per la quale il problema della crisi è irrisolto, o comunque per la quale le sue spiegazioni sono così poco soddisfacenti, deve ritrovarsi nella mancanza di quella che potrebbe chiamarsi una *teoria monetaria della produzione*. [...] Il punto è che le condizioni richieste per la 'neutralità' della moneta, nel senso in cui viene intesa nei *Principles of Economics* di Marshall, che rimane il testo paradigmatico, sono, sospetto, esattamente le stesse che garantiscono che le crisi *non avranno luogo*.

Ancora più significativo è il passo seguente:

La distinzione tra una economia cooperativa e una economia imprenditoriale ha qualcosa a che fare con una pregnante osservazione di Karl Marx. Egli ha messo in luce che la natura della produzione nel mondo reale non è - come gli economisti

² L. L. Pasinetti, *Keynes and the Cambridge Keynesians - A 'Revolution in Economics' to be Accomplished*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2007. Riprendo qui alcuni passaggi del mio commento a questo libro: G. Lunghini, *Una rivoluzione incompiuta e un programma di ricerca. Pasinetti su Keynes (e Sraffa)*, "Rivista di Storia Economica", nuova serie, aprile 2008.

³ J. M. Keynes, *The Collected Writings*, vol. XIII.

⁴ *TCW*, vol. XXIX. È importante notare che la rilevanza di una teoria monetaria della produzione non è confinata all'analisi della crisi (alla 'economia della depressione'); né si vuole dire che in una economia monetaria di produzione la moneta è di per se stessa causa delle crisi. Scrive A. Graziani (*Moneta senza crisi*, in L. Paganetto (a cura di), *La "Teoria Generale" e i post-Keynesiani*, Liguori, Napoli 1982): "Un'economia monetaria si presenta come ben differenziata da un'economia di baratto, indipendentemente dal problema della crisi. Per individuare le caratteristiche specifiche di un'economia monetaria non è quindi necessario (o forse nemmeno utile) indagare i problemi di instabilità. Occorre invece ripercorrere le tappe del processo economico partendo dalla moneta che l'imprenditore impiega, fino a giungere alla moneta che l'imprenditore ricava come profitto finale della sua attività, supponendo altresì che l'intero processo si svolga senza crisi".

sembrano spesso supporre - un caso del tipo $M - D - M'$, cioè inteso a scambiare contro denaro una merce (o un lavoro) al fine di ottenere un'altra merce (o lavoro). Questa può infatti essere la prospettiva del singolo consumatore, ma non è quella del mondo degli affari: che dal denaro si separa in cambio di una merce (o di un lavoro) al fine di ottenere più denaro, secondo un processo del tipo $D - M - D'$.

Il processo capitalistico, in altre parole, è un processo inteso a ottenere più denaro per chi lo muove anziché al soddisfacimento dei bisogni dei consumatori. Di qui il ruolo *essenziale*, anziché *neutrale*, della moneta; il conseguente rifiuto della legge di Say; la normalità delle crisi. Alla contrapposizione tra *real-exchange economy* e *monetary economy* corrisponde quella tra le due grandi scuole di pensiero stilizzate da Keynes:

Da una parte ci sono quelli che credono che il sistema economico esistente sia, nel lungo periodo, un sistema in grado di raggiungere automaticamente l'equilibrio. Sull'altra sponda ci sono coloro che rigettano l'idea che il sistema economico corrente sia, in qualche modo, in grado di autoregolarsi.

La ragione principale per cui una economia monetaria non è in grado di autoregolarsi, è che una economia monetaria è un'economia in cui i mutamenti nelle opinioni circa il futuro influenzano la situazione presente. Lo strumento che collega il presente al futuro è la moneta. Infatti l'ammontare degli investimenti è soggetto a improvvise e ampie oscillazioni, poiché dipende da due insiemi di previsioni circa il futuro: la preferenza per la liquidità e le opinioni circa il rendimento futuro dei beni capitali, cioè da due insiemi di previsioni che non poggiano su fondamenta sicure. Di qui l'intrinseca instabilità del capitalismo, e la necessità di sostituire la teoria dell'equilibrio stazionario con una teoria dell'equilibrio mobile.

Vorrei ricordare un altro punto di contatto tra Keynes e Marx, un punto strettamente collegato con la visione del capitalismo come economia monetaria di produzione. Nel capitolo della *Teoria generale* sul principio della domanda effettiva, Keynes scrive che ci sarà un solo livello di occupazione compatibile con l'equilibrio; e che però, in generale, non c'è nessuna ragione per aspettarsi che tale livello sia *uguale* a quello di pieno impiego. Le condizioni necessarie per la riproduzione possono essere soddisfatte anche in presenza di disoccupazione involontaria; mentre la domanda effettiva associata al pieno impiego è un caso speciale, che si verifica soltanto *by accident or design*. Anche per Marx l'equilibrio è un caso speciale. Nel capitolo del secondo libro del *Capitale* su accumulazione e riproduzione allargata, Marx scrive che l'equilibrio esiste soltanto nell'ipotesi che l'ammontare di valore degli acquisti unilaterali e l'ammontare di valore delle vendite unilaterali coincidano. La funzione che il denaro svolge nella produzione capitalistica, non soltanto come mezzo di circolazione ma anche come capitale monetario, produce determinate condizioni dello svolgimento normale della riproduzione, che si trasformano

in altrettante condizioni di svolgimento anormale, in possibilità di crisi, poichè l'equilibrio stesso — dato il carattere primitivo di questa produzione — *ein Zufall ist*.

Domanda effettiva e conoscenza incerta

In letteratura, e soprattutto nei libri di testo, spesso si discute di quale sia la vera innovazione analitica presente nella *Teoria generale*: se l'innovazione consista nel principio della domanda effettiva, oppure nella determinazione monetaria del tasso di interesse. La discussione è oziosa, poichè entrambe le categorie, e dunque l'intera *Teoria generale*, piaccia o non piaccia, e ai più non piace, hanno una fondazione comune, che per brevità e provvisoriamente si può definire di ordine psicologico. Un approccio, questo, guardato con sospetto non soltanto dagli economisti neoclassici cui si indirizza la critica keynesiana, ma anche da molti economisti keynesiani e post-keynesiani. Gli economisti - in generale - preferiscono il ragionamento deduttivo e deterministico.

Tutte e due le componenti della domanda effettiva hanno una fondazione 'psicologica': la domanda per consumi è spiegata sulla base di una 'legge psicologica fondamentale', mentre la domanda per investimenti è spiegata sulla base delle 'aspettative' che governano l'efficienza marginale del capitale e la domanda di moneta per il motivo speculativo (di qui la natura monetaria del tasso di interesse). A questo proposito sono rivelatrici, tra le tante, due critiche di diversa provenienza e con diversi obiettivi. L. R. Klein⁵ nota, con evidente disapprovazione, che tutti i risultati importanti di Keynes sono derivati da schede di comportamento economico e non da relazioni definite tra elementi concreti (Keynes avrebbe avuto molto da dire su questi 'elementi concreti'). D'altra parte M. Dobb⁶, di tutt'altra formazione, lamenta che sulle 'propensioni' non si può costruire nessuna teoria della distribuzione; e che la nozione di efficienza marginale del capitale, nel rapporto in cui viene posta col saggio corrente d'investimento e con le aspettative per il futuro, sembra in realtà indicare che la teoria tradizionale del profitto non viene messa in discussione né trasformata, e questo è per Dobb il punto più vulnerabile della *Teoria generale*. In breve: l'idea prevalente è che in economia l'impiego di categorie psicologiche è epistemologicamente biasimevole.

L'unica interpretazione autentica della *Teoria generale* è l'articolo del '37⁷. In questo articolo è notevole che Keynes cominci non con il

⁵ L. R. Klein, *The Keynesian Revolution*, Macmillan, New York 1966.

⁶ M. Dobb, *Theories on Value and Distribution since Adam Smith – Ideology and economic theory*, Cambridge University Press, Cambridge 1973.

⁷ J. M. Keynes, *The General Theory of Employment*, "The Quarterly Journal of Economics", febbraio 1937. Si deve però vedere anche: J. M. Keynes, *Alternative*

principio della domanda effettiva, così come fa nella *Teoria generale*, ma con “una disquisizione filosofica di carattere generale sul comportamento dell’umanità”: una disquisizione che al lettore potrebbe sembrare peregrina. La premessa maggiore del ragionamento keynesiano è che noi abbiamo, di regola, soltanto l’idea più vaga delle conseguenze non immediate dei nostri atti. Questo fatto, che è incontrovertibile (se non per i cultori della statistica classica o della teoria delle aspettative razionali), è di ordine non psicologico, anche se può avere conseguenze psicologiche, ma è di ordine cognitivo. In altre parole, la nostra conoscenza del futuro è fluttuante, vaga e incerta. Ciò non significa che le nostre decisioni siano ‘irrazionali’ (come spesso si sostiene che Keynes sostenga), ma significa che vengono prese sulla base di una “conoscenza incerta”.

Il significato in cui Keynes usa questo termine è quello per cui si può dire che sono incerti la prospettiva di un’altra guerra in Europa, o il prezzo del rame e il tasso di interesse di qui a vent’anni, o l’obsolescenza di una nuova invenzione, o la posizione dei proprietari di ricchezza privata nel sistema sociale tra cinquanta anni. Su queste cose, scrive Keynes, non c’è alcuna base scientifica su cui fondare un qualsivoglia calcolo probabilistico: noi semplicemente non sappiamo. Anche se in condizioni di conoscenza incerta, tuttavia, dovremo prendere delle decisioni, e ciò faremo rimuovendo l’esperienza passata e dunque sottovalutando la possibilità di mutamenti futuri; oppure fingendoci che lo stato attuale dell’economia sia basato su una corretta ponderazione delle prospettive future (che è l’assunto epistemologicamente ingenuo della moderna teoria delle ‘aspettative razionali’); oppure ammettendo che il nostro giudizio individuale non vale nulla, e che perciò ci converrà ricorrere al giudizio del resto del mondo, che forse è meglio informato.

La psicologia di una società di individui, ciascuno dei quali cerca di copiare gli altri, conduce a ciò che Keynes, nella *Teoria generale*, definisce un giudizio ‘convenzionale’⁸:

L’essenza della *convenzione* consiste nel supporre che lo stato delle cose esistente continuerà indefinitamente, a meno che non si abbiano ragioni specifiche per aspettarsi un cambiamento. Ciò non significa che davvero si creda che lo stato delle cose esistente continuerà indefinitamente: l’esperienza mostra che ciò è altamente improbabile. [...] Una valutazione convenzionale, che si sia stabilita come risultato della psicologia di massa di un grande numero di individui ignoranti, è esposta a cambiamenti violenti in seguito a un improvviso mutamento di opinione. Soprattutto in tempi anomali, quando l’ipotesi di una prosecuzione indefinita dello stato delle cose esistente è meno plausibile del solito anche se non vi sono ragioni manifeste per prevedere un cambiamento definitivo, il mercato sarà

Theories of the Rate of Interest, “The Economic Journal”, giugno 1937.

⁸ Sul concetto di ‘convenzione’ in Keynes si veda: A. M. Carabelli, *On Keynes’ Method*, Palgrave Macmillan, Londra 1988.

soggetto a ondate di ottimismo e di pessimismo, che sono irragionevoli e che tuttavia sono comprensibili, mancando qualsiasi solida base per un calcolo razionale.

Convenzione e crisi

Keynes, nell'articolo del '37, avverte che una siffatta concezione pratica del futuro, basata su una convenzione, su una qualsiasi convenzione, avrà una conseguenza importante:

Essendo basata su fondamenta così inconsistenti, essa è soggetta a mutamenti improvvisi e violenti. La pratica della calma e della immobilità, della certezza e della sicurezza, improvvisamente viene meno. Nuovi timori e speranze, senza preavviso, vengono a influenzare il comportamento umano. Le forze della delusione potrebbero improvvisamente imporre una nuova convenzione. Tutte queste piacevoli, elaborate tecniche, fatte per una sala delle riunioni lussuosamente arredata e per un mercato appropriatamente regolato, possono crollare da un momento all'altro. In ogni momento, vaghi timori panici e ugualmente vaghe e ingiustificate speranze non sono del tutto acquietati e giacciono solo di poco sotto la superficie. [...] La teoria che noi elaboriamo per studiare come ci comportiamo sul mercato non dovrebbe essa stessa assoggettarsi agli idoli del mercato. Io accuso la teoria economica classica di essere essa stessa una di quelle piacevoli, elaborate tecniche che cercano di affrontare il presente, astraendo dal fatto che sappiamo molto poco del futuro.

La convenzione su cui si è retto sino a ieri l'equilibrio capitalistico, condivisa dai responsabili delle politiche economiche nazionali e internazionali, dai consigli di amministrazione delle banche e delle grandi imprese, e dagli editorialisti più autorevoli, si può riassumere in queste quattro proposizioni (formulate da J. P. Fitoussi): *a.* L'economia di mercato è il miglior sistema che si possa concepire: anche grazie alla finanza, essa racchiude in sé le chiavi del progresso materiale e del dinamismo economico e sociale. *b.* Perché possa dare tutti i suoi benefici, l'economia di mercato deve essere opportunamente gestita e regolata. *c.* Questa regolazione deve sottostare a due principi: condurre una politica monetaria che produca la stabilizzazione dei prezzi; ricercare almeno il pareggio, e se possibile l'attivo, del bilancio pubblico. *d.* Privilegiare le riforme strutturali che incentivano il lavoro, riducendo i redditi distribuiti dal sistema di previdenza e assistenza sociale. A queste quattro proposizioni, ne aggiungo una quinta: la distribuzione del reddito e della ricchezza è il portato dei meriti e dei talenti individuali, e dunque non va modificata, se non a favore dei profitti. In breve: *Treasury View* e *Washington Consensus*. Al formarsi di questa convenzione, hanno dato un contributo determinante gli economisti ortodossi (tanto gli economisti teorici, quanto gli econometrici).

In breve si può dire, con G. L. S. Shackle⁹, che la stabilità del sistema si basa - finché dura - sul tacito accordo di supportarlo stabile. Questa stabilità, una volta messa in dubbio, è distrutta e un disordine prorompente dovrà intervenire prima che lo smottamento trovi fondamenta in una nuova posizione, altrettanto casuale. (Allo stesso Shackle si deve una definizione perspicua del metodo di Keynes: “caleidostatico”. Dunque un metodo, e una visione del mondo, tale che le operazioni di statica comparata che riempiono le lavagne dei corsi di macroeconomia sono del tutto prive di fondamento, poiché in un mondo caleidostatico non può essere rispettato nessun principio di corrispondenza.)

Il fatto che la nostra conoscenza sia incerta, e massimamente incerta è la conoscenza nel mondo della finanza e della speculazione, ha come conseguenza principale che il sistema capitalistico è un sistema non ergodico¹⁰, anziché stazionario e senza tempo: il disequilibrio e l'instabilità, non l'equilibrio, sono la condizione normale del sistema capitalistico. (Dello stesso parere, ovviamente, eras Marx.) Pare difficile tacciare di psicologismo, di non scientificità, un metodo di ragionamento che ci consente di comprendere come meglio non si potrebbe quanto avviene di questi tempi, a più di settant'anni da quando quel metodo è stato elaborato.

Probabilità e decisioni di politica economica

Poiché la nostra conoscenza è incerta, nel prendere le decisioni che come agenti economici siamo comunque costretti a prendere, non possiamo contare su un calcolo probabilistico di tipo benthamiano. Ha origine da questo problema l'introduzione nella *Teoria generale*, da parte di Keynes, di un suo concetto di probabilità; tuttavia non per conferire alla teoria una struttura epistemica di tipo probabilistico, ma per potervi definire e trattare due variabili cruciali nel funzionamento - normalmente nel cattivo funzionamento - di una 'economia monetaria di produzione' (cioè del capitalismo): le determinanti del tasso di interesse e le determinanti delle decisioni di investimento.

È a questo fine che Keynes elabora la sua teoria della probabilità, sulla quale non mi soffermo (come è noto, esiste una ampia e divisa letteratura circa i rapporti tra il *Trattato sulla probabilità* e la *Teoria*

⁹ G. L. S. Shackle, *The Years of High Theory. Invention and Tradition in economic Thought. 1926-1939*, Cambridge University Press, Cambridge 1967, e *Epistemics and Economics, A Critique of Economic Doctrines*, Cambridge University Press, Cambridge 1972.

¹⁰ Un sistema ergodico è un sistema il cui futuro non è incerto e può essere previsto mediante una analisi statistica dei dati esistenti. Vedi, per esempio, Paul Davidson, *Rational Expectations: a Fallacious Foundation for Studying Crucial Decision-Making Processes*. “Journal of Post Keynesian Economics”, Vol. 5, No 2, 1983.

generale). Ricordo soltanto questa brevissima nota alla *Teoria generale*: “con ‘molto incerto’ non intendo la stessa cosa che con ‘molto improbabile’ ”¹¹; mentre preferisco ricordare la critica che ai probabilisti di Cambridge muove B. de Finetti¹².

Il punto di maggiore importanza concettuale su cui le opinioni di Keynes e Jeffreys da una parte e le mie dall'altra divergono sta nella risposta a tale domanda: è la probabilità soggettiva? Keynes e Jeffreys lo negano. Dice Keynes: “se sono assegnati i dati di fatto che determinano la nostra conoscenza, rimane oggettivamente fissato, indipendentemente dalla nostra opinione, cosa, sotto tali circostanze, sia probabile o improbabile”. [...] Ora, dicendo che la probabilità è soggettiva io intendo appunto significare che la sua valutazione può differire a seconda di chi la giudica, dipendendo da differenze mentali fra i diversi individui, e inversamente non vedo come, ammettendo tale dipendenza, la probabilità si possa dire oggettiva. [...] Una distinzione abbastanza pesante che viene a cadere accogliendo il mio punto di vista è quella delle proposizioni in primarie e secondarie [...]. Primarie sarebbero quelle affermazioni che non contengono valutazioni di probabilità, secondarie quelle che ne contengono. Per me un'affermazione contenente valutazioni di probabilità è priva di senso se non esiste (almeno sottinteso) il soggetto: colui che valuta la probabilità.

Keynes si trova dunque stretto tra due ordini di critiche: quelle di chi lo accusa di psicologismo, irrazionalismo, etc., e però per la *Teoria generale* la “conoscenza incerta” è una categoria fondante; e quelle di Ramsey-de Finetti, ineccepibili e che però Keynes non poteva recepire integralmente nella stessa *Teoria generale*. Se Keynes avesse permeato l'intera *Teoria generale* di un concetto di probabilità come probabilità soggettiva nel senso di Ramsey - de Finetti (e ciò avrebbe potuto fare grazie a Ramsey¹³), egli avrebbe dovuto abbandonare la distinzione tra proposizioni primarie e proposizioni secondarie, così che l'intera *Teoria generale* sarebbe stata esposta a critiche di indeterminatezza o di irrazionalismo (ancor più di quanto non sia stata o sia). D'altra parte è bene ricordare, a questo

¹¹ In apertura del *Treatise on Probability* (Macmillan, Londra 1921) Keynes scrive: “I termini *certo* e *probabile* descrivono i vari gradi di credenza razionale concernenti una proposizione [...] Tutte le proposizioni sono vere o false, ma la conoscenza che noi ne abbiamo dipende dalle circostanze; e mentre è spesso conveniente parlare di proposizioni certe o probabili, ciò esprime, rigorosamente, un loro nesso con un *corpus* di conoscenza, reale o ipotetica, e non una caratteristica delle proposizioni in se stesse.

¹² B. de Finetti, *Probabilisti di Cambridge*, “Supplemento Statistico ai Nuovi Problemi di Politica, Storia ed Economia”, 1938. Su questo argomento si può vedere: G. Lunghini, *Bruno de Finetti and Economic Theory*, “Economia politica”, n. 1, aprile 2007.

¹³ F. P. Ramsey (1926), *Truth and Probability*, in F. P. Ramsey, “The Foundations of Mathematics and other Logical Essays”, Kegan, Paul, Trench, Trubner & Co., Harcourt, New Brace & Co., Londra e New York 1931.

proposito, che il concetto di probabilità proposto da de Finetti non è affatto indeterminato o irrazionale. Eccone l'illustrazione autentica e più efficace¹⁴:

Cosa vogliamo dire, nel linguaggio ordinario, dicendo che un avvenimento è più o meno probabile? Vogliamo dire che proveremmo un grado più o meno grande di meraviglia apprendendo che quell'evento non s'è verificato. Vogliamo dire che ci sentiamo di fare un grado più o meno grande d'affidamento sull'eventualità che esso abbia ad avverarsi. La probabilità, in questo senso ancor vago ed oscuro, è costituita dal grado di dubbio, d'incertezza, di convincimento, che il nostro istinto ci fa sentire pensando a un avvenimento futuro, o, comunque, a un avvenimento di cui non conosciamo l'esito. [...] La probabilità di un evento è dunque relativa al nostro grado di ignoranza; si può però ancora pensare che essa abbia un valore in un certo senso obiettivo. Si può pensare cioè che un individuo il quale conosca un certo ben determinato gruppo di circostanze e ignori le altre debba logicamente valutare le probabilità, almeno di certi eventi, in un modo ben determinato [Qui de Finetti aggiunge, in nota: "Questo mi sembra sia il punto di vista del Keynes"]. Se è evidentemente relativa - relativa al nostro grado di ignoranza - la distinzione fra circostanze note e circostanze incognite, si può ancora pensare che abbia un significato obiettivo la distinzione fra circostanze che possono o non possono essere in relazione di causa ed effetto col verificarsi di un dato evento. [...] Ma facciamo un esame di coscienza, e vediamo un po' quand'è che una circostanza ammettiamo possa influire su un certo fatto. Non è forse appunto quando la sua conoscenza influisce sul nostro giudizio di probabilità? [...] Gira e rigira, qualunque cosa si dica o si pensi, in fondo andiamo sempre a finire lì: il concetto di causa non è che soggettivo, e dipende essenzialmente dal concetto di probabilità.

L'economia politica, secondo Keynes, è una miscela accorta di teoria economica e di arte del governo. Nella *Teoria generale*, in quanto teoria intesa a fondare una politica e nella quale è dunque essenziale il rapporto tra governo e individui, Keynes non poteva non confinare la rilevanza di una teoria soggettiva della probabilità al livello microeconomico (peraltro abitato da agenti eterogenei: se gli agenti non fossero eterogenei, la curva di domanda di moneta per il motivo speculativo avrebbe la forma di una L¹⁵). Altrimenti non si potrebbe postulare

¹⁴ B. de Finetti, *Probabilismo. Saggio critico sulla teoria delle probabilità e il valore della scienza*, "Biblioteca di Filosofia", Libreria Editrice F. Perrella, Napoli 1931.

¹⁵ Nel capitolo 13 della *Teoria generale* c'è un passo interessante: "È notevole che la stabilità del sistema e la sua sensibilità a cambiamenti nella quantità di moneta dipenda così tanto dall'esistenza di una *varietà* di opinioni circa ciò che è incerto. L'ideale sarebbe conoscere il futuro; ma se non lo conosciamo, e dobbiamo governare l'attività del sistema economico modificando la quantità di moneta, è importante che le opinioni siano diversificate. È perciò che questo metodo di governo è meno affidabile negli Stati Uniti, dove tutti tendono ad avere la stessa opinione nello stesso momento, che non in Inghilterra, dove sono normali le differenze di opinione".

l'esistenza di una qualche relazione di causalità o efficacia, sia pure debole, tra decisioni politiche e esiti sistemici. Un governo dovrebbe dimettersi, se non è pronto a scommettere su un nesso tra un *se* e un *allora*. Nel caso di Keynes la scommessa è particolarmente azzardata. Il suo governo ideale infatti dovrebbe essere capace di ridurre o compensare le conseguenze negative dell'incertezza (della conoscenza incerta) degli agenti, mediante interventi sulle loro aspettative: interventi indiretti, che le modifichino; o interventi diretti, che le scavalchino. In tutti e due i casi, cercando di rendere meno incerto il mondo economico, di metterlo in ordine mediante una regolazione del comportamento degli agenti.

Sulla efficacia della politica economica

Le determinanti degli investimenti privati sono tali che i progetti a redditività differita, e bassa all'occhio del contabile, difficilmente saranno realizzati. Anche perché non troveranno molto sostegno nel mondo della finanza e delle banche:

Se i fondi d'investimento sono amministrati da comitati, consigli o banche, l'investitore a lungo termine, quello che più promuove l'interesse generale, sarà il più esposto a critiche. Per l'opinione comune il suo comportamento è eccentrico, non convenzionale e azzardato. Se ha successo, risulterà confermato il giudizio di sconsideratezza; se nel breve periodo non ha successo, il che è molto probabile, non susciterà molta compassione. La saggezza mondana vuole che per la reputazione sia meglio fallire in maniera convenzionale, che non avere successo in maniera non convenzionale.

Soltanto lo stato, uno stato che non sia il sottoprodotto delle attività di un casinò, potrebbe essere in grado di valutare il rendimento sociale di investimenti che richiedono molto tempo per essere completati. Nulla dunque garantisce che il mercato assicuri sempre e automaticamente un equilibrio di piena occupazione; mentre è probabile che il mercato, lasciato a se stesso e in assenza di un'azione deliberata, faccia sì che l'equilibrio pieno si dia soltanto *by accident or design*:

Il sistema economico in cui viviamo sembra capace di permanere in una condizione cronica di attività inferiore al normale per un periodo considerevole, senza una tendenza marcata né verso la ripresa né verso il collasso completo. Una situazione intermedia, né disperata né soddisfacente, è la nostra sorte normale.

Keynes è convinto non solo che tale situazione sia indesiderabile, ma anche che la si possa emendare¹⁶:

Il 'problema economico' [...] non è che un terribile pasticcio, un pasticcio contingente e non necessario. Infatti il mondo occidentale dispone già delle risorse,

¹⁶ J. M. Keynes, *Essays in Persuasion*, Macmillan, Londra 1931.

ove sapesse creare l'organizzazione per utilizzarle, sufficienti a relegare in una posizione di secondaria importanza il 'problema economico' che assorbe oggi le nostre energie morali e materiali.

La soluzione di questo problema, tuttavia, non è semplice, e lo stesso Keynes, nell'articolo del '37, dubita che dalla sua *Teoria generale* si possano cavare meccanicamente ricette di politica economica (un dubbio che dovrebbero coltivare i tanti keynesiani dell'ultima ora):

Questa che io propongo è una teoria che spiega perché la produzione e l'occupazione siano così soggette a fluttuazioni: essa non offre una soluzione bella e pronta al problema di come evitare queste fluttuazioni e mantenere costantemente la produzione a livello ottimale. Ma essa è, propriamente parlando, una teoria dell'occupazione in quanto spiega *perché*, in ciascuna circostanza, l'occupazione è quella che è. Naturalmente io sono interessato non solo alla diagnosi ma anche alla cura, e a questa sono dedicate molte pagine del mio libro. Tuttavia ritengo che, per quanto riguarda la cura, le mie proposte, le quali, lo riconosco apertamente, non sono sviluppate in modo compiuto, si collocano su un piano diverso da quello della diagnosi. Non pretendono di essere definitive. Dipendono da molte ipotesi particolari e sono inevitabilmente riferite alle condizioni del momento. Le mie ragioni per distaccarmi dalla teoria tradizionale sono invece molto più profonde. Esse sono di carattere molto generale e le considero definitive.

La soluzione del problema economico va dunque cercata altrove, non tanto nelle politiche 'keynesiane' illustrate nei manuali, magari mediante lo schema IS-LM, o invocate dai neoclassici temporaneamente convertiti, ma in un disegno di politica economica e sociale che si ispiri al capitolo 24 della *Teoria generale*, sulla *Filosofia sociale verso la quale la Teoria generale potrebbe condurre*.

La Teoria generale tradita

In tempi in cui il mondo degli affari sembra disposto a ammettere (almeno in parte) gli errori compiuti, vale la pena riflettere sugli errori compiuti dagli economisti. Ne ha fatto una ricostruzione efficace H. P. Minsky¹⁷:

La *Teoria Generale* di Keynes nacque nel clima d'incertezza e di disperazione che fece seguito al crollo del sistema finanziario. Il problema fondamentale da lui affrontato è questo: che cosa determina il valore delle attività finanziarie e gli investimenti nelle condizioni di produzione del capitalismo? Uno dei teoremi che venne fuori dalle argomentazioni di Keynes fu che il governo può controbilanciare alcuni degli effetti negativi delle fluttuazioni degli investimenti mediante spese finanziate a debito. Questo teorema venne afferrato e integrato in modelli di

¹⁷ H.P. Minsky, *La "Teoria Generale" e l'ipotesi dell'instabilità finanziaria*, in L. Paganetto (a cura di), *La "Teoria Generale" e i post-Keynesiani*, Liguori, Napoli 1982.

domanda aggregata, mentre vennero trascurati l'analisi delle valutazioni delle attività e gli elementi responsabili dell'instabilità. Se datiamo le cose possiamo capire per quale motivo la rivoluzione keynesiana sia fallita. [...] L'adattamento fatto in tempo di guerra di alcune idee in armonia con parte della *Teoria Generale* divenne la base dell'analisi di politica economica post-bellica e dei colossali modelli di previsione econometrica oggi così diffusi negli Stati Uniti e sulla scena internazionale. Tuttavia il mondo non rimase congelato nell'economia bellica non finanziaria. La robusta struttura finanziaria con cui gli Stati Uniti uscirono dalla guerra divenne la base di un modo di funzionare del capitalismo in cui i mercati finanziari avevano poca importanza. La seconda guerra mondiale fu seguita da quella che possiamo chiamare l'età dell'oro del capitalismo. [...] Durante questo periodo la versione Hansen-Hicks della *Teoria Generale*, una versione ingenua e grezza, servì da fondamento della politica economica. A partire dalla stretta creditizia del 1966, il sistema finanziario e l'economia incominciarono a comportarsi male. Negli anni successivi al 1966 il *Federal Reserve System* e altre banche centrali dovettero intervenire tre o forse quattro volte per impedire una crisi finanziaria: nel 1974-75 sembrava imminente una grande depressione. [...] Con la fine dell'età dell'oro e con l'insorgere dell'instabilità, il capitalismo si comporta nuovamente nel modo che ha dato origine alla *Teoria generale* di Keynes. In questo modo adesso siamo pronti a riprendere la teorizzazione là dove l'avevamo lasciata nel 1937 – e a riprendere il compito che è stato interrotto per più di 40 anni – il compito di capire il capitalismo e di metterlo sotto controllo.

Il lavoro teorico di Minsky e di altri postkeynesiani rischia però di restare confinato nel mondo dell'eresia. Nella fase attuale, nella quale si rompe il nesso tra prodotto interno lordo e buona occupazione, e tra crescita della produttività del lavoro e crescita del salario, prevale la prepotenza politica dei *rentier* legittimata dai modelli della nuova macroeconomia classica. Il tentativo di compensare il declino dell'industria manifatturiera con uno sviluppo sproporzionato del settore dei servizi (la così detta *new economy*) si risolve in un capitalismo fondato sul debito, dunque nelle crisi del mercato azionario, poi nella crisi dei mutui *subprime*. Fino a condurci di fronte al minaccioso fantasma della deflazione. Intanto i sedicenti keynesiani lavorano alla microfondazione della versione Hansen-Hicks della *Teoria generale*¹⁸, con la pretesa di ridurre l'incertezza che pervade

¹⁸ La così detta nuova economia keynesiana si riconosce in tre proposizioni principali: 1) il sentiero economico può trovarsi in una situazione di equilibrio con disoccupazione involontaria; 2) gli shock che colpiscono la domanda aggregata nominale hanno effetti reali; 3) l'intervento pubblico è efficace per mantenere l'economia lungo un sentiero di crescita di piena occupazione. Cfr. B. C. Greenwald, J. E. Stiglitz, *New and Old Keynesians*, "Journal of Economic Perspectives", vol. 7, 1993. È significativo che non vi sia alcun riferimento al capitalismo come economia monetaria di produzione, né al principio della domanda effettiva. Se quella di Keynes è una teoria monetaria dell'occupazione, la nuova economia keynesiana non lo è.

una economia monetaria di produzione alle 'asimmetrie informative' e così liquidando la filosofia sociale con cui Keynes completa la *Teoria generale*.

Attualità della Filosofia sociale

Quale può essere il ruolo dello stato nella attuale crisi economica e sociale, dopo l'esaurimento del fordismo e la conseguente globalizzazione e finanziarizzazione dell'economia, che della crisi sono state le premesse e le cause? È proprio quello, io credo, che Keynes ha prefigurato nell'ultimo capitolo della *Teoria generale*. Il termine 'filosofia' non deve trarre in inganno (così come non era peregrina la 'disquisizione filosofica' con cui si apre l'articolo del '37): in verità si tratta di una lucida analisi dei 'difetti' del capitalismo e di un disegno di politica economica e sociale chiaro e teoreticamente robusto¹⁹.

I difetti più evidenti della società economica in cui viviamo sono anche ora l'incapacità a assicurare la piena occupazione e una distribuzione arbitraria e iniqua della ricchezza e del reddito. Oggi come ai tempi di Keynes, i più pensano che l'accumulazione del capitale dipenda dalla propensione al risparmio individuale, e che dunque in larga misura l'accumulazione di capitale dipende dal risparmio dei ricchi, la cui ricchezza risulterà così socialmente legittimata. Proprio la *Teoria generale* mostra invece che, sino a quando non vi sia piena occupazione, l'accumulazione del capitale non dipende affatto da una bassa propensione a consumare, ma ne è invece ostacolata. Una redistribuzione del reddito mediante una imposizione fiscale significativamente progressiva - e a parità di servizi sociali - farebbe aumentare la propensione marginale media al consumo e dunque la domanda effettiva, e potrebbe suscitare aspettative favorevoli quanto a decisioni di investimento, con tutte le conseguenze keynesiane del caso. (Gli effetti positivi di una redistribuzione del reddito sulla domanda effettiva potrebbero essere vanificati là dove, per esempio negli Stati Uniti, la propensione marginale al consumo dei percettori di redditi meno elevati è maggiore di uno. In questo caso sarebbe socialmente preferibile destinare il maggior prelievo sui redditi più elevati non a un maggior reddito monetario

¹⁹ Qui conviene ricorrere alla distinzione, altrimenti dubbia, tra breve e lungo periodo, tra ripresa e riforme. La *Filosofia sociale*, in questa prospettiva, è quella che avrebbe dovuto ispirarci prima, per evitare quanto poi è successo; ma quando il disastro c'è stato, occorre promuovere la ripresa con una politica di breve periodo. Vedi la lettera del 1933 di Keynes a Roosevelt: "Nel breve periodo si deve stimolare la domanda aggregata, e a questo fine la spesa pubblica finanziata in deficit è cruciale; mentre tentare di far crescere la produzione e il reddito mediante un aumento della quantità di moneta, è come tentare di ingrassare comperando una cintura più lunga. La quantità di moneta è soltanto un vincolo, mentre il fattore propulsivo è il volume della spesa".

dei più poveri, ma a un aumento del loro reddito reale mediante un aumento dei servizi sociali.)

D'altra parte il luogo comune, secondo cui le imposte di successione provocherebbero una riduzione della ricchezza capitale del paese, è infondato. Oltre che garantire il principio (liberale) dell'eguaglianza dei punti di partenza, alte imposte di successione favorirebbero l'accumulazione di capitale, anziché frenarla. Il ragionamento di Keynes tende dunque alla conclusione che

L'aumento della ricchezza, lungi dal dipendere dall'astinenza dei ricchi, come in generale si suppone, da questa è probabilmente ostacolato: viene così a cadere una delle principali giustificazioni sociali della diseguaglianza delle ricchezze.

Conoscendo il genere umano (e la sua 'psicologia'), Keynes aggiunge che alcune attività, affinché possano esplicarsi, richiedono il movente del guadagno e la proprietà privata della ricchezza:

L'esistenza di possibilità di guadagni monetari e di ricchezza privata può instradare entro canali relativamente innocui pericolose tendenze umane, le quali, se non potessero venire soddisfatte in tal modo, cercherebbero uno sbocco in crudeltà, nel perseguimento sfrenato del potere e dell'autorità personale. È meglio che un uomo eserciti la sua tirannia sul proprio conto in banca che sui suoi concittadini; ma per stimolare queste attività e per soddisfare queste tendenze non è necessario che le poste del gioco siano tanto alte quanto adesso.

Il secondo passo del ragionamento di Keynes riguarda il saggio di interesse. La giustificazione normalmente addotta per un saggio di interesse moderatamente alto è la necessità di incentivare il risparmio, nell'infondata speranza di generare così nuovi investimenti e nuova occupazione. È invece vero, a parità di ogni altra circostanza, che gli investimenti sono favoriti da saggi di interesse bassi; così che sarà opportuno ridurre il saggio di interesse in maniera tale da rendere convenienti anche investimenti a redditività differita e bassa agli occhi del contabile, quali normalmente sono gli investimenti a alta redditività sociale. Di qui la cicuta keynesiana, di straordinaria attualità: "l'eutanasia del *rentier* e di conseguenza l'eutanasia del potere oppressivo e cumulativo del capitalista di sfruttare il valore di scarsità del capitale". Il possessore del capitale può ottenere l'interesse perché il capitale è scarso, ma a differenza delle risorse naturali non vi sono ragioni intrinseche della scarsità del capitale:

Potremmo dunque mirare in pratica (non essendovi in tutto ciò nulla di irraggiungibile) a un aumento del volume di capitale finché questo non sia più scarso, così che l'investitore senza funzioni non riceva più un premio gratuito; e a un progetto di imposizione diretta tale da permettere che l'intelligenza e la determinazione e l'abilità del finanziere, dell'imprenditore *et hoc genus omne* (i quali certamente amano tanto il loro mestiere che il loro lavoro potrebbe ottenersi a molto minor prezzo che attualmente) siano imbrigliate al servizio della collettività, con una ricompensa a condizioni ragionevoli.

Keynes aggiunge qui un corollario oggi blasfemo:

Rimarrebbe da decidere in separata sede su quale scala e con quali mezzi sia corretto e ragionevole chiamare la generazione vivente a restringere il suo consumo in modo da stabilire, nel corso del tempo, uno stato di benessere per le generazioni future.

Oltre che teoricamente fragile, d'altra parte, la mozione degli affetti nei confronti delle generazioni future suona ipocrita. Come ha notato R. M. Solow, coloro che ritengono prioritario non infliggere povertà al futuro dovrebbero spiegare perché non attribuiscono analoga priorità alla riduzione della povertà oggi.

Tutto sommato, i tempi di Keynes dovevano essere molto più vivaci e progressisti dei nostri, se Keynes giudicava la sua *Teoria generale* come "moderatamente conservatrice nelle conseguenze che implica". Essa infatti comporta la necessità di stabilire alcuni controlli centrali in materie ora lasciate in gran parte all'iniziativa individuale: lo stato dovrà esercitare un'influenza direttiva circa la propensione al consumo, in parte attraverso il fisco, in parte fissando il saggio di interesse e in parte, forse, in altri modi. Sembra però improbabile che l'influenza della politica monetaria e creditizia possa essere sufficiente a determinare un ritmo ottimo di investimento:

Ritengo perciò che una socializzazione di una certa ampiezza dell'investimento si dimostrerà l'unico mezzo per consentire di avvicinarci alla piena occupazione, sebbene ciò non escluda necessariamente ogni sorta di espedienti e di compromessi con i quali la pubblica autorità collabori con l'iniziativa privata.

Keynes sapeva bene che il suo manifesto era, se non rivoluzionario, oltraggiosamente radicale: "Suggerire un'azione sociale per il bene pubblico alla City di Londra è come discutere *L'origine delle specie* con un vescovo nel 1865". Perciò spiegava che l'allargamento delle funzioni di governo da lui predicato, mentre sarebbe sembrato a un pubblicista dell'Ottocento o a un finanziere americano contemporaneo una terribile usurpazione ai danni dell'individualismo, era da lui difeso

sia come l'unico mezzo praticabile per evitare la distruzione completa delle forme economiche esistenti, sia come la condizione di un funzionamento soddisfacente dell'iniziativa individuale.

Timore che sembra evocare lo spettro della rovina comune prefigurato dall'altro *Manifesto*:

Il mondo non tollererà ancora per molto tempo la disoccupazione che è associata, inevitabilmente associata, con l'individualismo capitalista d'oggi.

Nella chiusa della *Teoria generale* Keynes si chiedeva se l'avverarsi di queste idee fosse speranza visionaria o se gli interessi che esse frusteranno non saranno più forti di quelli che esse promuoveranno.

Ammirevole ottimista, Keynes si risponde che il potere degli interessi costituiti è sopravvalutato, rispetto alla capacità di contaminazione delle idee: non però immediatamente ma dopo un certo periodo di tempo, poiché nel campo della filosofia economica e politica pochi sono quelli sui quali le nuove teorie fanno presa prima di venticinque o trent'anni. Una volta tanto, qui Keynes si sbagliava.

Anche se molti oggi fingono di non potersi non dire keynesiani, nella produzione teorica corrente e nella pratica politica dominante non si trovano molte tracce della *Teoria generale* e della sua filosofia sociale. Se quei molti la *Teoria generale* la leggessero, vi troverebbero almeno una risposta analoga a quella che il gatto dà a Alice nel paese delle meraviglie. Alice aveva chiesto al gatto: “Vorresti dirmi, di grazia, quale strada prendere per uscire di qui?” “Dipende soprattutto da dove vuoi andare”, disse il gatto, che aveva un'aria affabile ma anche artigli molto lunghi e una grande quantità di denti, ragione per cui Alice pensò che era il caso di trattarlo con rispetto.

Keynes non si sbagliava, invece, nel suo *World's Economic Outlook* del 1932:

È possibile evitare un collasso totale della struttura finanziaria del capitalismo moderno? C'è da dubitarne, in assenza di un governo mondiale del sistema finanziario, e dopo i gravi errori di teoria commessi dai potenti circa cause e rimedi. [...] Il capitalista moderno è come un marinaio che naviga soltanto con il vento in poppa, e che non appena si leva la burrasca viene meno alle regole della navigazione o addirittura affonda le navi che potrebbero trarlo in salvo, per la fretta di spingere via il vicino e salvare se stesso. Se gli Stati Uniti risolvessero i loro problemi interni, ciò varrebbe come esempio e stimolo per tutti gli altri paesi e dunque andrebbe a vantaggio del mondo intero. Magari uno sguardo ravvicinato potrebbe attenuare il mio pessimismo, ma guardando da lontano non riesco a immaginare un corso degli eventi che possa risanare l'economia americana nel futuro immediato.

Istituto Universitario di Studi Superiori di Pavia e Accademia Nazionale dei Lincei, febbraio 2009.

Capitale, funzione aggregata di produzione e coerenza dell'analisi neoclassica

Aldo Montesano¹

Nel *Cours* rimane pure fondamentale, come lo era nell'economia detta classica ad anche nella nuova economia matematica, il concetto del capitale. Ed anche qui ripeteremo che sarebbe difficile di considerare empiricamente i fenomeni in modo molto diverso. Ma scientificamente, il concetto poco rigoroso del capitale deve dare luogo a quello più preciso delle trasformazioni dei beni economici. Con ciò non si rinuncia all'utile che si può avere dalle dottrine empiriche; ma ad esse si fa ritorno dopo di avere dato precisione e rigore ai concetti che si adoperano. E' comodo discorrere di capitali, ma ciò si deve solo fare dopo che si è definito chiaramente a quali cose reali corrisponde quel termine; ed inoltre è utilissimo il mostrare come tutta la teoria dei fenomeni economici possa essere istituita senza avere bisogno di ricorrere al termine ed al concetto di *capitale*.

V. Pareto, *Manuale di economia politica*, Proemio, v-vi

1. Introduzione

Nell'ambito della riflessione economica svoltasi a Cambridge nel periodo postkeynesiano e nei successivi sviluppi in Italia ha avuto notevole rilievo la critica alla teoria neoclassica. Non soltanto critica di rilevanza, ossia volta a mettere in evidenza una sua incapacità a trattare problemi rilevanti della realtà economica, ma soprattutto critica di coerenza, ossia volta a mettere in evidenza contraddizioni logiche, cioè la mutua incompatibilità delle ipotesi su cui la teoria neoclassica è fondata. Questa critica si è focalizzata sul capitale, sulla sua misura e su proprietà riguardanti il capitale che la teoria neoclassica richiederebbe. La critica non riguarda proposizioni di singoli economisti neoclassici, che possono essere errate, anche per eccesso di sintesi nella presentazioni di taluni risultati, oltre che per errori logici veri e propri, ma i fondamenti della teoria, che sarebbe perciò da rigettare.

Il passo su riportato di Pareto mostra come la teoria neoclassica (posto che la teoria dell'equilibrio economico generale sia neoclassica) non si fondi sulla nozione poco rigorosa di capitale, al contrario della teoria classica, e come sia conveniente il suo impiego nelle considerazioni empiriche con le opportune cautele. La teoria neoclassica, infatti, determina la produzione assumendo che ogni produttore (o impresa) scelga la combinazione di input e output più convenienti per lui. Assumendo che le imprese operino su mercati concorrenziali, per cui sono *price-taker*, che possano scegliere le combinazioni produttive su un insieme dato di alternative e che gradiscano conseguire il profitto più elevato possibile, discendono le consuete proposizioni, o leggi, che vengono riferite alla teoria neoclassica della produzione. Mentre le scelte delle singole imprese riguardano le quantità di loro competenza, queste proposizioni possono riguardare quantità aggregate, al livello di aggregazione consentito dalle circostanze delle scelte in esame.

L'ampio dibattito che si è sviluppato negli anni sessanta (una rassegna è fornita da Harcourt, 1969 e il suo seguito da Cohen e Harcourt, 2003) sulla coerenza della teoria neoclassica della produzione, ha toccato vari temi, senza però giungere a conclusione,

¹ Dipartimento di Economia, Università Bocconi, Milano: aldo.montesano@unibocconi.it.

nel senso che i contendenti sono rimasti ciascuno con la sua opinione. I difensori della teoria neoclassica ritengono che questa sia coerente logicamente e che vi possa essere soltanto un problema di aggregazione, quando si passi dall'analisi teorica alle applicazioni empiriche. Gli oppositori ritengono invece che vi sia un problema di coerenza logica.

Scopo di questo scritto, che si colloca tra quelli che sostengono la coerenza della teoria neoclassica, è mettere in luce come la critica colpisca non la teoria neoclassica della produzione in sé (ad esempio, quella inclusa nella teoria dell'equilibrio economico generale), ma la sua rappresentazione con una funzione aggregata di produzione (ad esempio, del tipo Cobb-Douglas). Infatti, la critica alla coerenza logica della teoria riposa interamente sulla eterogeneità dei beni capitali componenti il capitale. Si mostrerà, in particolare, come l'aggregazione dei beni richieda condizioni restrittive, che, qualora siano soddisfatte, consentono di introdurre, senza problemi logici ulteriori, le nozioni di capitale aggregato e di funzione aggregata della produzione.

La critica all'analisi neoclassica aggregata della produzione riguarda sostanzialmente la proposizione secondo cui la produttività marginale del capitale è uguale al saggio d'interesse ed è, nel punto di equilibrio, funzione decrescente della quantità di capitale, così come la produttività marginale del lavoro è uguale al salario reale ed è, nel punto di equilibrio, funzione decrescente della quantità di lavoro. Quanto sopra implica, nel contesto aggregato, che l'intensità capitalistica della produzione (misurata, ad esempio, dal rapporto tra quantità di capitale e quantità di lavoro) sia funzione decrescente del tasso d'interesse. La possibilità del ritorno delle tecniche (evidenziata da Pasinetti *et alii*, 1966) implica che questa proprietà non sussiste con capitali eterogenei. Ne deriva che l'impiego della funzione aggregata di produzione è in generale scorretto.

Un'altra critica spesso ricordata riguarda la misura del capitale aggregato come somma dei valori dei beni capitali, ossia la posizione $k = \sum_i p_i k_i$, ove k_1, k_2, \dots sono le quantità dei beni capitali e p_1, p_2, \dots i loro prezzi. In questo caso si presenta un ragionamento in circolo: per determinare il saggio d'interesse per mezzo della produttività marginale del capitale (ossia, introducendo la funzione aggregata di produzione $y = F(\ell, k)$ e prendendo il prodotto come numerario, risulta la condizione

marginale $\frac{\partial F(\ell, k)}{\partial k} = r + \mu$, ove μ è il coefficiente di ammortamento del capitale),

occorre conoscere k , cioè la quantità di capitale, che a sua volta richiede la conoscenza dei prezzi dei beni capitali (poiché $k = \sum_i p_i k_i$) e questa richiede quella del saggio d'interesse (poiché i prezzi dei singoli beni capitali sono determinati da condizioni marginali, desumibili dalla funzione di produzione $y = F(\ell, k_1, k_2, \dots)$, che richiedono

$\frac{\partial F(\ell, k_1, k_2, \dots)}{\partial k_i} = (r + \mu_i) p_i$), come sottolineato da J. Robinson (1953-54). Questa

critica (che sussiste anche quando vi è un solo bene capitale però eterogeneo rispetto al bene di consumo) non si applica se il capitale aggregato non è misurato dal valore corrente dei beni capitali che lo compongono, ad esempio se si pone $k = \sum_i p_i^o k_i$, ove p_1^o, p_2^o, \dots sono i prezzi dei beni capitali in una situazione di riferimento (prezzi, quindi, che non devono essere determinati nella situazione in esame per poter misurare il capitale aggregato k).

Queste critiche però non inficiano la teoria neoclassica della produzione senza aggregazione, come è presentata in tutte le versioni dell'equilibrio generale, da Walras a Debreu, e come è insegnata nei manuali di microeconomia, anche quando per semplicità si considera il caso con due soli input ed un solo output. Non sono quindi, critiche alla teoria neoclassica, ma all'impiego incauto della funzione aggregata di produzione.

Nel seguito riassumo dapprima la teoria economica neoclassica, mettendo in luce i suoi principi costitutivi, con particolare riguardo alla produzione. Le implicazioni della teoria della produzione vengono illustrate e si trova che le uniformità valide per il caso con un solo bene prodotto (simultaneamente bene capitale e bene di consumo) non si estendono ad altri casi più generali (ad esempio al caso con un solo bene capitale e un solo bene di consumo non omogenei tra loro e al caso con una molteplicità di beni capitali eterogenei). Successivamente indico come si possa compiere l'aggregazione tra le imprese, definendo in tal modo l'impresa aggregata (o rappresentativa) e quella tra beni, definendo in tal modo la quantità aggregata di capitale. Quest'ultima aggregazione richiede condizioni restrittive, che implicano le uniformità richieste dalla funzione aggregata della produzione. Perciò, la nozione di capitale aggregato può essere utilizzata nelle applicazioni empiriche, senza presumere che con essa si possa rappresentare ogni situazione o tutti gli aspetti di una certa situazione reale e con la consapevolezza che si tratta in generale di rappresentazioni approssimate.

2. La teoria economica neoclassica

La cosiddetta teoria neoclassica nasce, con Marshall, dalla fusione della teoria marginalistica del consumo con taluni elementi della teoria classica della produzione. Oggi, si usa talvolta il termine neoclassico per indicare la teoria corrente, che può essere rappresentata, in termini generali, nel modo seguente.

Oggetto della teoria neoclassica è una società composta da agenti (che compiono atti di scambio, produzione, ecc.). La teoria neoclassica descrive le azioni come scelte: la scelta è un'azione razionale, determinata, cioè, dall'agente in esame, fra le alternative per lui possibili, in base ad un suo criterio di scelta. L'insieme delle alternative e il criterio di scelta del generico agente sono dati, insieme con le altre condizioni dell'economia. Le scelte degli agenti sono realizzabili o irrealizzabili: sono realizzabili, o compatibili, se non si ostacolano fra loro, se cioè possono essere eseguite. Le scelte fra loro compatibili rappresentano lo stato dell'economia, detto anche equilibrio. Perciò, le ipotesi fondamentali dell'analisi economica corrente, o neoclassica, sono le seguenti:

- a) le azioni degli agenti sono scelte;
- b) le azioni degli agenti sono compatibili fra loro..

Le condizioni che definiscono gli agenti, le alternative fra cui questi possono scegliere, il loro criterio di scelta e la compatibilità delle loro azioni specificano l'economia oggetto di studio. Le relazioni che rappresentano lo stato, o equilibrio, dell'economia in considerazione ne costituiscono il modello teorico.

Oggetto della teoria è, allora, una situazione interattiva. La scelta di almeno un agente dipende, direttamente o indirettamente, anche dalle scelte degli altri agenti. In altri termini, le azioni degli agenti (di tutti o anche solo di alcuni) dipendono dalla presenza di interazioni tra gli agenti, rappresentate da scambi, contratti, ecc. La situazione non è interattiva solo se la società è composta da un certo numero di Robinson Crusoe, ciascuno nella sua isola, senza contatti col resto del mondo.

La scelta di un agente è strategica se viene determinata direttamente in funzione della scelta di almeno un altro agente (anche se finisce per essere la stessa qualunque

scelta faccia l'altro agente) perché la scelta di questi influisce sulla sua situazione e l'agente in esame ritiene anche che la sua scelta influisca sulla scelta dell'altro agente. Se vi è almeno una coppia di agenti che compiono scelte strategiche che interagiscono tra loro, cosicché la scelta di un agente viene determinata in relazione alla scelta dell'altro e la scelta di questi in relazione alla scelta del primo, allora si ha l'equilibrio strategico (che è studiato dalla teoria dei giochi). Se così non è, si ha l'equilibrio parametrico, in cui la scelta di ogni agente può essere esaminata isolatamente da quella degli altri, in relazione a condizioni descritte da parametri (normalmente prezzi) indipendenti dalla sua scelta (che possono, tuttavia, rappresentare scelte di altri agenti, su cui egli, però, non ha influenza). Due casi tipici di equilibrio parametrico sono l'equilibrio concorrenziale e quello di monopolio puro (in questo, il monopolista ha un comportamento strategico, i compratori no).

Nell'equilibrio concorrenziale vi sono due tipi di agenti, i consumatori e i produttori (o imprese). Le scelte dei primi sono scambi che sono rappresentati in funzione dei prezzi e che vengono determinati in base alle loro preferenze (spesso indicate da funzioni di utilità) e ai vincoli cui sono soggetti (spesso, vincoli di bilancio, che dipendono dalle dotazioni, o ricchezza, degli agenti, incluse tra i dati dell'economia in esame). Le scelte delle imprese sono atti di produzione (trasformazione di beni) e di scambio, che sono anch'essi rappresentati in funzione dei prezzi e che vengono determinati in base alle loro preferenze (spesso, massimizzazione del profitto) e ai vincoli cui sono soggetti (spesso, insiemi di produzione o funzioni di trasformazione o di produzione). Tutti gli agenti sono, per l'ipotesi concorrenziale, *price-taker*. La condizione di compatibilità delle scelte è rappresentata dall'uguaglianza tra domanda e offerta dei diversi beni.

Sebbene l'equilibrio concorrenziale sia il caso tipico dell'economia neoclassica, se non altro perché, in virtù dei due teoremi dell'economia del benessere, è il naturale termine di paragone cui raffrontare gli altri casi di equilibrio, pur tuttavia non è l'unico. Ad esempio, quando Marshall, Walras, Pareto e Barone trattarono il monopolio o l'economia pianificata non pensarono certo di aver cambiato paradigma, cioè di essere usciti fuori dalla logica della teoria neoclassica. Così anche accadde per gli economisti (come Pantaleoni e de Viti de Marco) che si interessarono dei beni pubblici e questo vale, quindi, per ogni tipo di esternalità. Così rientra nel paradigma neoclassico anche la teoria dei giochi, sebbene questa si distingue dall'approccio parametrico per la presenza dell'interazione strategica (si pensi, ad esempio, all'oligopolio di Cournot-Nash).

A mio parere ed esprimendomi nei termini più sintetici possibili, la teoria neoclassica è caratterizzata dalla visione del mondo economico come un insieme di agenti e dalle due ipotesi secondo cui essi scelgono le loro azioni e queste possono essere eseguite. Invece, in estrema sintesi, la teoria classica è caratterizzata dalla visione secondo cui il mondo economico è costituito dalle tre classi dei lavoratori, capitalisti e proprietari di terre e dall'ipotesi che la produzione generi un surplus da ripartire tra le tre classi.

Conseguentemente, la teoria neoclassica della produzione è la rappresentazione delle scelte di produzione, che è trasformazione di beni (input) in altri beni (output), che dipende dalle circostanze della scelta, rappresentate:

- a) dalle preferenze del produttore (o impresa);
- b) dall'insieme delle alternative tra cui l'impresa può scegliere (questo è l'insieme di produzione o la funzione di produzione); e
- c) dalla possibilità di scambio, che è il regime di mercato in cui l'impresa opera.

Le circostanze della scelta di produzione non sono determinate dalla teoria neoclassica, che perciò le assume come “date”. Queste circostanze non sono neppure ipotesi costitutive della teoria neoclassica, ma condizioni alternative, da precisare di volta in volta, per determinare la corrispondente scelta di produzione. Ossia, le circostanze devono essere precisate per poter applicare la teoria neoclassica, ma possono essere precisate in modi diversi (ad esempio, considerando insiemi di produzione con caratteristiche diverse e regimi di mercato diversi). Quindi, è soltanto una specificazione di queste circostanze il riferimento a imprese che massimizzano il profitto su un insieme di produzione a rendimenti di scala costanti, inoltre rappresentabile con una funzione di produzione differenziabile, e che operano su mercati concorrenziali. Specificazioni diverse sono possibili e trattabili pacificamente nell’ambito della teoria neoclassica (ad esempio, nella versione di Debreu, 1959, dell’equilibrio generale, si assumono rendimenti di scala non crescenti, quindi non necessariamente costanti).

La teoria neoclassica, così come qui presentata (e come indicata da Pareto nel passo del Proemio sopra riportato), non ha una vera e propria teoria della distribuzione, perché nella sua visione non vi sono classi sociali. E’ una teoria dell’interazione sociale, che ne determina, date le circostanze dell’interazione, gli esiti per ciascun agente. Si può, allora, parlare di distribuzione, se gli agenti in esame vengono qualificati come lavoratori o capitalisti e i loro ricavi come salari e interessi (o profitti). Che poi il salario (unitario) sia pari alla produttività marginale del lavoro e il saggio d’interesse alla produttività marginale del capitale, questo può risultare da una particolarissima specificazione di quelle circostanze e può sparire con altre specificazioni. Se riteniamo che queste relazioni costituiscano una teoria della distribuzione, allora la teoria neoclassica include molteplici teorie della distribuzione, a seconda della particolare specificazione delle circostanze in cui avviene la scelta produttiva e la determinazione delle altre variabili economiche. Allo stesso modo, la teoria neoclassica non ha una sua teoria della crescita, poiché la crescita dipende essenzialmente dal mutamento nel tempo delle circostanze dell’interazione sociale, mutamento che la teoria neoclassica non determina, né esclude. La teoria neoclassica può, tuttavia, rappresentare diversi modelli di crescita, dipendenti dalla specificazione delle circostanze dell’interazione sociale e dei suoi mutamenti nel tempo. Per queste ragioni riterrei opportuno indicare le particolari teorie neoclassiche della distribuzione e della crescita col nome degli economisti che le hanno introdotte (ad esempio, teoria della distribuzione di Clark, 1899, e teoria della crescita di Solow, 1956) e riferire specificamente la difesa e la critica ad esse (ad esempio, Solow, 2000, e Pasinetti, 2000), specialmente quando questa riguarda le ipotesi particolari della teoria e non le ipotesi basilari della teoria neoclassica.

3. La teoria neoclassica della produzione

Nel quadro delineato nel numero precedente la produzione è la scelta di agenti (imprese) che possono trasformare i beni nell’ambito delle loro conoscenze tecnologiche, rappresentate da un insieme di trasformazioni possibili (o funzione di trasformazione o produzione). Se il loro obiettivo è la massimizzazione del profitto, allora, indicando con y la produzione (un vettore in cui gli elementi positivi indicano quantità prodotte e gli elementi negativi quantità impiegate di beni) dell’impresa in esame, con Y l’insieme di tutte le produzioni possibili per l’impresa e con p il vettore dei prezzi dei beni, la scelta dell’impresa concorrenziale (cioè *price-taker*) è rappresentata dalla soluzione del problema $\max_{y \in Y} py$. Rappresentando l’insieme di

produzione Y tramite la funzione di trasformazione $F(y) \leq 0$ (tale cioè che $F(y) \leq 0$ se e solo se $y \in Y$), allora la scelta di produzione è rappresentata dalla soluzione del problema $\max_{F(y) \leq 0} py$.

Dopo aver presentato nei termini più generali la teoria neoclassica della produzione in regime di concorrenza, conviene esaminare alcune proprietà rilevanti per il tema di questo scritto, in relazione a casi particolari. In Appendice vengono analizzati quattro casi, tutti con insiemi di produzione a rendimenti di scala costanti.

a) Nel primo caso vi è un solo bene prodotto, che è, insieme, bene di consumo e bene capitale. Esso viene ottenuto impiegando due beni, lavoro e bene capitale. Le relazioni ottenute dalla soluzione del problema $\max_{F(y) \leq 0} py$ richiedono che il salario, la quantità di capitale per unità di lavoro e la quantità di capitale per unità di prodotto siano funzioni decrescenti del tasso d'interesse.

b) Nel secondo caso il bene capitale non è omogeneo col bene di consumo e vi sono due produzioni singole (quella del bene di consumo e quella del bene capitale), che impiegano entrambe lavoro e bene capitale. Allora, assumendo che la quantità di capitale sia stazionaria², valgono ancora le relazioni precedenti, ma non che il valore del capitale per unità di lavoro e il valore del capitale per unità di prodotto netto siano necessariamente funzioni decrescenti del tasso d'interesse.

c) Nel terzo caso, rispetto al caso precedente, anziché esservi due produzioni singole per il bene di consumo e il bene capitale, vi è produzione congiunta dei due beni. Non risulta più necessariamente che il tasso d'interesse sia funzione decrescente del salario, per cui questo non è più, in genere, una funzione del primo, ma una corrispondenza.

d) Nel quarto caso sono prodotti un bene di consumo e molteplici beni capitali. Le produzioni sono tutte singole e si assume la stazionarietà delle quantità dei beni capitali. Le scelte di produzione conducono, in questo caso, necessariamente ad una relazione inversa tra salario e tasso d'interesse, ma non necessariamente ad una relazione inversa tra le quantità di beni capitali per unità di lavoro (e di prodotto netto) e tasso d'interesse e tra valore dei beni capitali per unità di lavoro (e di prodotto netto) e tasso d'interesse.

4. L'aggregazione tra le imprese

L'aggregazione tra le imprese *price-taker* non è problematica (al contrario di quella tra consumatori o di quella tra beni) nell'economia neoclassica. Ossia, la somma dei vettori di produzione delle imprese (derivanti dalle loro scelte volte a massimizzare il profitto) può essere ottenuta come il risultato della massimizzazione del profitto aggregato.

Si rappresenti l'insieme di produzione dell'impresa j -esima con $Y_j \subset \mathbb{R}^m$ (ove m è il numero di beni presenti nell'economia e $y_j \in Y_j$ è una produzione possibile, che è un vettore in cui gli elementi positivi indicano le quantità prodotte e quelli negativi le quantità di beni impiegati nella produzione). Allora, la scelta di questa impresa è

² La stazionarietà della quantità di capitale non è richiesta né esclusa dalla teoria neoclassica della produzione. Qui viene introdotta allo scopo di avere un solo grado di libertà, in modo da poter descrivere le variabili in funzione del tasso d'interesse (o del salario). Inoltre, è condizione ipotizzata anche dai critici della teoria neoclassica della produzione nella presentazione del ritorno delle tecniche.

rappresentata da un vettore $y_j^* \in \arg \max_{y_j \in Y_j} p y_j$. La produzione aggregata è rappresentata da $y^* = \sum_j y_j^*$, cioè da un vettore $y^* \in \sum_j \arg \max_{y_j \in Y_j} p y_j$.

Si dimostra facilmente che $y^* \in \sum_j \arg \max_{y_j \in Y_j} p y_j$ se e solo se $y^* \in \arg \max_{y \in Y} p y$, ove $Y = \sum_j Y_j$ è l'insieme di produzione aggregato (infatti, da un lato, non può essere $\sum_j \max_{y_j \in Y_j} p y_j > \max_{y \in Y} p y$ perché $\sum_j y_j^* \in Y$ e, dall'altro lato, non può essere $\sum_j \max_{y_j \in Y_j} p y_j < \max_{y \in Y} p y$ perché $y^* \in \sum_j Y_j$ e, quindi, la disuguaglianza implicherebbe che vi è, per almeno un'impresa, un $\hat{y}_j \in Y_j$ tale che $\max_{y_j \in Y_j} p y_j < p \hat{y}_j$).

Conseguentemente, la produzione aggregata $y^* \in \sum_j \arg \max_{y_j \in Y_j} p y_j$ può essere rappresentata come la scelta di un'unica impresa con insieme di produzione $Y = \sum_j Y_j$.

5. L'aggregazione tra beni

L'aggregazione tra beni eterogenei richiede, invece, condizioni restrittive. La rappresentazione di diversi beni eterogenei con un unico bene aggregato richiede che le quantità e i prezzi dei primi siano riassunti dalla quantità e il prezzo del bene aggregato. Il prodotto di queste due quantità, che è il valore del bene aggregato, deve uguagliare il valore aggregato dei beni, dato dalla somma dei valori dei singoli beni. Però non basta questa uguaglianza per definire l'aggregazione. In particolare, il valore aggregato non rappresenta né la quantità né il prezzo dei beni, mentre l'aggregazione richiede che si introducano sia una quantità sia un prezzo per rappresentare con il bene aggregato una molteplicità di beni. La quantità aggregata deve rappresentare le quantità dei beni eterogenei e il prezzo aggregato deve rappresentare i prezzi dei beni eterogenei. In economia lo strumento seguito normalmente per aggregare beni eterogenei è quello dei numeri indice. Così, ad esempio, quando si vogliono misurare i prezzi dei beni di consumo con unica grandezza, si impiega l'indice dei prezzi dei beni di consumo; il prodotto nazionale reale (o a prezzi costanti) è un indice delle produzioni di tutte le imprese, ecc. Si tratta quindi di introdurre un numero indice delle quantità e un numero indice dei prezzi dei beni capitali.

I numeri indici elementari (quelli riferiti ad un singolo bene) sono rapporti tra la quantità (o il prezzo) in esame del bene e la quantità (o il prezzo) dello stesso bene in una situazione di riferimento, indicano cioè la variazione rispetto a questa. I numeri indici aggregati sono medie di numeri indici elementari. Quanto meno diversi tra loro sono gli elementi da mediare, tanto meglio l'indice aggregato è in grado di rappresentarli. Allora, una grandezza aggregata è tanto più precisa quanto minore è la dispersione degli indici elementari (si può adottare lo scarto quadratico medio degli indici elementari come misura della imprecisione della variabile aggregata). L'aggregazione è perfetta se i beni da aggregare hanno gli stessi indici, sia per le quantità sia per i prezzi. E' invece approssimata se i beni presentano indici diversi, con approssimazione tanto migliore quanto minori sono le differenze. Indici uguali significa che i diversi beni da aggregare presentano una stessa variazione, per quanto riguarda la quantità se si aggregano le quantità, e per quanto riguarda il prezzo se si aggregano i prezzi. L'indice aggregato coincide, nel caso dell'aggregazione perfetta, con gli indici

elementari e nessuna informazione viene perduta usando l'indice aggregato invece che gli indici elementari. Quindi, come si vedrà, se l'aggregazione è perfetta, le relazioni ottenute usando variabili aggregate non differiscono da quelle ottenute usando indici non aggregati. Si può ritenere che l'approssimazione sia buona se gli indici da aggregare differiscono poco tra loro, nel senso, che se valgono condizioni di convergenza e si considera una successione di situazioni (in ciascuna delle quali gli indici elementari non sono uguali tra loro) che converge verso una situazione in cui l'aggregazione è perfetta, allora in prossimità di questa le relazioni ottenute con variabili non aggregate sono poco diverse da quelle ottenute con variabili aggregate. Si potrebbe, in tal caso, determinare, cosa in generale tutt'altro che semplice, il livello di approssimazione sufficiente perché non emergano comportamenti che con l'aggregazione non possono essere rappresentati.

Oggetto d'esame in questo scritto è la possibile aggregazione dei beni capitali in un sistema produttivo (eventualmente stazionario, in cui cioè non vi è accumulazione di capitale, ossia con quantità prodotte dei beni capitali uguali alle loro quantità consumate nella produzione). Si tratta allora di confrontare situazioni che possono differire fra loro grazie ai gradi di libertà propri del sistema produttivo. Con la produzione di un solo bene (destinabile al consumo e/o alla produzione ulteriore) e con un solo tipo di lavoro, che è il riferimento aggregato consueto della critica mediante l'analisi del ritorno delle tecniche, vi è un unico grado di libertà, che è rappresentato da una variabile indipendente, che può essere il salario o il saggio d'interesse. Perciò si considera, in tale caso, la relazione tra saggio d'interesse e salario.

Le condizioni di aggregazione (perfetta) dei beni capitali richiedono che le loro quantità siano diverse, nel confronto tra le situazioni generate dal mutamento delle variabili indipendenti, secondo una relazione di proporzionalità, che cioè se $(k_1^o, k_2^o, \dots, k_n^o)$ sono le quantità dei beni capitali in una situazione, le loro quantità nelle altre situazioni siano (k_1, k_2, \dots, k_n) con uguali indici elementari delle quantità

$\frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o} = \dots = \frac{k_n}{k_n^o}$. Occorre anche che la produzione sia tale da determinare prezzi dei

beni capitali che differiscono proporzionalmente tra le diverse situazioni, cioè, se in una situazione risultano i prezzi dei beni capitali $(p_1^o, p_2^o, \dots, p_n^o)$, allora nelle altre situazioni risultino prezzi (p_1, p_2, \dots, p_n) tali che si abbia per gli indici elementari dei prezzi

$$\frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o} = \dots = \frac{p_n}{p_n^o}.$$

Le condizioni di aggregazione (perfetta) sono, allora, le condizioni richieste perché accada che le variazioni delle quantità e dei prezzi (così come indicate dai numeri indice elementari) siano le stesse, per i diversi beni da aggregare, al variare (nel caso con un solo grado di libertà) del tasso d'interesse (o del salario).³

Occorre, quindi, dapprima accertare, assumendo che le condizioni di aggregazione (perfetta) siano soddisfatte sia per le quantità sia per i prezzi, se la funzione di produzione con variabili aggregate genera le stesse condizioni della funzione di

³ Le condizioni appena indicate sono riferite alla produzione aggregata poiché si ricerca il capitale aggregato per la funzione di produzione ottenuta con l'aggregazione tra le imprese. Perciò può accadere che le condizioni siano soddisfatte a livello aggregato ma non al livello delle singole imprese, cioè quando si considerano le funzioni di produzione d'impresa. Se si richiedesse che uno stesso capitale aggregato possa essere introdotto per tutte le imprese, allora le condizioni di aggregazione non solo devono valere per ogni funzione di produzione d'impresa, ma anche che siano uguali tra le imprese, che cioè i rapporti suindicati per le quantità e i prezzi coincidano tra tutte le imprese. Si tratta ovviamente di condizioni ancora più restrittive.

produzione con variabili disaggregate. Successivamente, si cercherà di indicare le proprietà che deve avere la funzione di produzione perché si verifichino le condizioni di aggregazione perfetta, ossia la proporzionalità per le quantità e i prezzi dei beni capitali.

5.1 Le condizioni di proporzionalità (aggregazione perfetta) rendono le condizioni marginali sui beni capitali non aggregati equivalenti a quelle sul bene capitale aggregato. Si indichi la quantità aggregata dei beni capitali (che assumo, per semplicità, siano capitali circolanti) per mezzo del valore dei beni ai prezzi della situazione di riferimento, ossia $k = \sum_i p_i^o k_i$, ove k è la quantità aggregata, k_i è la quantità di un singolo bene capitale e p_i^o è il suo prezzo nella situazione di riferimento. (Ossia, in questo caso si considera l'indice di Laspeyres, per cui l'indice aggregato è ottenuto mediando gli indici elementari $\frac{k_i}{k_i^o}$ con pesi $p_i^o k_i^o$, per cui l'indice aggregato è

$$\gamma = \frac{\sum_i \frac{k_i}{k_i^o} p_i^o k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o} = \frac{\sum_i p_i^o k_i}{\sum_i p_i^o k_i^o}.$$

Quindi, se il numero indice di quantità è uguale per tutti i beni da aggregare, cioè $\gamma = \frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o} = \dots = \frac{k_n}{k_n^o}$, allora $k = \gamma \sum_i p_i^o k_i^o$. Si indichi il prezzo

aggregato con l'indice di Paasche, cioè $\rho = \frac{\sum_i p_i k_i}{\sum_i p_i^o k_i}$, cosicché $\rho k = \sum_i p_i k_i$. Allora, se

il numero indice di prezzo è uguale per tutti i beni da aggregare, cioè

$$\frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o} = \dots = \frac{p_n}{p_n^o}, \text{ si ha che } \rho = \frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o} = \dots = \frac{p_n}{p_n^o}.$$

La condizione di proporzionalità delle quantità e dei prezzi è sufficiente per generare condizioni marginali con variabili disaggregate equivalenti a quelle con variabili aggregate. Infatti, sia la funzione di produzione rappresentata dalla relazione $F(y_{-a}, k_1, \dots, k_n) = 0$, ove y_{-a} è un vettore di quantità di beni (input e/o output) non soggetti ad aggregazione (o già aggregati) e k_1, \dots, k_n sono le quantità da aggregare. Allora, la condizione di proporzionalità delle quantità, consentendo di porre

$$k_i = \gamma k_i^o = k \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o},$$

$$\text{determina la funzione aggregata di produzione } G(y_{-a}, k) = 0,$$

$$\text{con } G(y_{-a}, k) = F(y_{-a}, k \frac{k_1^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}, \dots, k \frac{k_n^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}).$$

Le condizioni marginali della scelta di produzione richiedono a livello

$$\text{disaggregato } \frac{\frac{\partial F(\cdot)}{\partial k_i}}{\frac{\partial F(\cdot)}{\partial y_{-a,j}}} = \frac{p_i}{p_{-a,j}} \text{ e a livello aggregato } \frac{\frac{\partial G(\cdot)}{\partial k}}{\frac{\partial G(\cdot)}{\partial y_{-a,j}}} = \frac{\rho}{p_{-a,j}},$$

ove i prezzi sono riferiti tutti ad uno stesso tempo, ossia sono valutati tutti all'inizio del periodo di produzione. Le relazioni seguenti dimostrano l'equivalenza, se le condizioni di proporzionalità sono soddisfatte, tra le relazioni marginali della funzione di produzione con variabili aggregate e quelle della funzione di produzione con variabili disaggregate:

$$\frac{\rho}{p_{-a,j}} = \frac{\frac{\partial G(.)}{\partial k}}{\frac{\partial G(.)}{\partial y_{-a,j}}} = \frac{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial k_i} \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}}{\frac{\partial F(.)}{\partial y_{-a,j}}} = \sum_i \frac{p_i}{p_{-a,j}} \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o} = \frac{\rho}{p_{-a,j}}.$$

Tuttavia, se i beni da aggregare sono sia input sia output e si vuole rappresentarli con una medesima variabile aggregata (ossia, si vuole che il capitale aggregato impiegato nella produzione e la quantità aggregata di capitale prodotta siano due grandezze omogenee tra loro), allora occorre anche che le quantità degli input e degli output siano proporzionali, ossia, indicando con k_1, \dots, k_n le quantità di input e con y_1, \dots, y_n le

corrispondenti quantità di output, non solo occorre che $\frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o} = \dots = \frac{k_n}{k_n^o}$ e

$\frac{y_1}{y_1^o} = \frac{y_2}{y_2^o} = \dots = \frac{y_n}{y_n^o}$, ma anche $\frac{y_1^o}{k_1^o} = \frac{y_2^o}{k_2^o} = \dots = \frac{y_n^o}{k_n^o}$ (e, quindi, $\frac{y_1}{k_1} = \frac{y_2}{k_2} = \dots = \frac{y_n}{k_n}$). Occorre

anche, cioè, che il rapporto tra quantità prodotta e quantità impiegata nella produzione siano uguali per tutti i beni capitali (quindi, trattandosi di beni capitali circolanti, devono tutti crescere al medesimo tasso). Questa proporzionalità è richiesta perché si desidera assegnare uno stesso prezzo (a meno del fattore di interesse) all'input capitale aggregato e all'output capitale aggregato. In tal caso, partendo dalla funzione di produzione $F(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = 0$, si ha la funzione aggregata di produzione $G(y_{-a}, y_k, k) = 0$, con

$$G(y_{-a}, y_k, k) = F\left(y_{-a}, y_k \frac{y_1^o}{\sum_i p_i^o y_i^o}, \dots, y_k \frac{y_n^o}{\sum_i p_i^o y_i^o}, k \frac{k_1^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}, \dots, k \frac{k_n^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}\right),$$

in cui, per l'ultima condizione introdotta, si ha $\frac{y_j^o}{\sum_i p_i^o y_i^o} = \frac{k_j^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}$ per $j = 1, \dots, n$. Si

hanno, in tal modo, tenendo presente che $\frac{\frac{\partial F(.)}{\partial y_i}}{\frac{\partial F(.)}{\partial y_{-a,j}}} = \frac{1}{1+r} \frac{p_i}{p_{-a,j}}$ e $\frac{\frac{\partial F(.)}{\partial y_i}}{\frac{\partial F(.)}{\partial k_i}} = \frac{1}{1+r}$, oltre alle

relazioni già scritte per dimostrare l'equivalenza tra le relazioni marginali della funzione di produzione con variabili aggregate e quelle della funzione di produzione con variabili disaggregate di input, non solo relazione analoghe per l'output

$$\frac{1}{1+r} \frac{\rho}{p_{-a,j}} = \frac{\frac{\partial G(.)}{\partial y_k}}{\frac{\partial G(.)}{\partial y_{-a,j}}} = \frac{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial y_i} \frac{y_i^o}{\sum_i p_i^o y_i^o}}{\frac{\partial F(.)}{\partial y_{-a,j}}} = \sum_i \frac{1}{1+r} \frac{p_i}{p_{-a,j}} \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o} = \frac{1}{1+r} \frac{\rho}{p_{-a,j}},$$

ma anche le seguenti relazioni marginali tra il capitale input e il capitale output

$$\frac{1}{1+r} = \frac{\frac{\partial G(.)}{\partial y_k}}{\frac{\partial G(.)}{\partial k}} = \frac{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial y_i} \frac{y_i^o}{\sum_i p_i^o y_i^o}}{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial k_i} \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}} = \frac{1}{1+r} \frac{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial k_i} \frac{y_i^o}{\sum_i p_i^o y_i^o}}{\sum_i \frac{\partial F(.)}{\partial k_i} \frac{k_i^o}{\sum_i p_i^o k_i^o}} = \frac{1}{1+r}.$$

5.2 Le condizioni di proporzionalità richiedono funzioni di produzioni con caratteristiche particolari. Si tratta, ora, di indicare, al fine di aggregare i beni capitali, le condizioni che deve soddisfare la funzione di produzione perché si possa determinare una modificazione proporzionale delle quantità di beni capitali e dei loro prezzi (rispetto alla situazione di riferimento) al modificarsi della variabile indipendente (o delle variabili indipendenti). Queste condizioni di aggregazione rientrano nel novero delle numerose analisi presenti al riguardo in letteratura (una rassegna è fornita, ad esempio, da Felipe e Fisher, 2003). Nel caso in esame richiedono, per l'aggregazione di input, la condizione di Leontief, cioè che i saggi marginali di sostituzione tecnica tra gli input da aggregare siano funzioni omogenee di grado zero rispetto alle quantità degli input in esame. Ossia, è possibile aggregare gli input (k_1, \dots, k_n) solo se i saggi marginali di sostituzione tecnica della funzione di produzione $F(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = 0$, cioè

$$MRTS_{h,i}(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = \left(-\frac{\partial k_h}{\partial k_i} \right)_{F(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n)=0} = \frac{\frac{\partial F(.)}{\partial k_i}}{\frac{\partial F(.)}{\partial k_h}}, \quad i, h = 1, \dots, n,$$

sono funzioni omogenee di grado zero rispetto alle quantità (k_1, \dots, k_n) , oltre che essere funzioni omogenee di grado zero rispetto a tutte le quantità suoi argomenti (condizione questa richiesta perché si abbiano rendimenti costanti di scala), cioè

$$MRTS_{h,i}(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = MRTS_{h,i}(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1^o, \dots, k_n^o)$$

per $\frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o} = \dots = \frac{k_n}{k_n^o}$. Allo stesso modo nella aggregazione tra output, si richiede che

i loro saggi marginali di trasformazione siano funzioni omogenee di grado zero rispetto alle quantità degli output in esame. Ossia, è possibile aggregare gli output (y_1, \dots, y_n) solo se i saggi marginali di trasformazione della funzione di produzione $F(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = 0$, ossia

$$MRT_{h,i}(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = \left(-\frac{\partial y_h}{\partial y_i} \right)_{F(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n)=0} = \frac{\frac{\partial F(.)}{\partial y_i}}{\frac{\partial F(.)}{\partial y_h}}, \quad i, h = 1, \dots, n,$$

sono funzioni omogenee di grado zero rispetto alle quantità (y_1, \dots, y_n) , cioè

$$MRT_{h,i}(y_{-a}, y_1, \dots, y_n, k_1, \dots, k_n) = MRT_{h,i}(y_{-a}, y_1^o, \dots, y_n^o, k_1, \dots, k_n)$$

per $\frac{y_1}{y_1^o} = \frac{y_2}{y_2^o} = \dots = \frac{y_n}{y_n^o}$.

Queste condizioni ed altre, richieste per l'aggregazione dei beni, sono, ovviamente, restrittive e inducono a ritenere che la rappresentazione della realtà ottenuta con l'aggregazione quando esse non sono soddisfatte sia valida solo approssimativamente. Inoltre, non si è neppure sempre in grado di determinare il livello di approssimazione sufficiente perché non emergano comportamenti che la funzione di produzione aggregata non può rappresentare. Peraltro, ogni descrizione della realtà trascura qualche aspetto di questa. La sua accettabilità dipende dalla rilevanza che assegniamo agli aspetti trascurati. Ad esempio, se il ritorno delle tecniche non si presenta nella realtà in esame, un modello approssimato che lo esclude può risultare accettabile.

Tuttavia, se le condizioni di aggregazione sono soddisfatte, se cioè si presentano le relazioni di proporzionalità per i beni capitali e i loro prezzi su introdotte, allora le funzioni che legano il salario e altre grandezze rilevanti (valore del capitale per unità di lavoro, ecc) al saggio d'interesse sono le medesime sia che si consideri la funzione di produzione disaggregata sia che si consideri quella aggregata. Se questa, ad esempio, è del tipo con un solo bene aggregato, che è insieme bene di consumo e bene capitale, e vi è un solo tipo di lavoro aggregato, allora le semplici relazioni attribuite alla teoria neoclassica si presentano anche per il sistema produttivo disaggregato (da cui è emersa la funzione di produzione aggregata). Analogamente se si presenta una funzione di produzione aggregata con un tipo di lavoro e due beni non omogenei prodotti congiuntamente, di cui il primo è un bene aggregato di consumo e il secondo un bene aggregato capitale (come nell'economia esaminata nell'Appendice al punto A.3).⁴

⁴ Si consideri un esempio. Vi sia la funzione di produzione $y_c^2 + y_1^{0.5} y_2^{0.5} k_1^{0.5} k_2^{0.5} - k_1^{0.5} k_2^{0.5} \ell = 0$ e si consideri l'aggregazione tra gli input (beni capitali circolanti) di quantità k_1 e k_2 e tra gli output (beni capitali circolanti) di quantità y_1 e y_2 . La massimizzazione del profitto, definito dalla relazione

$$\Pi = \frac{p_c}{1+r} y_c + \frac{p_1}{1+r} y_1 + \frac{p_2}{1+r} y_2 - w\ell - p_1 k_1 - p_2 k_2, \quad \text{conduce alle relazioni: } \frac{w}{p_c} = 2^{-1}(1+r)^{-1.5},$$

$$\frac{p_1}{p_c} \frac{p_2}{p_c} = 16^{-1}(1+r)^{-1}, \quad \frac{k_1}{y_c} = 4^{-1}(1+r)^{-1} \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{-1}, \quad \frac{k_2}{y_c} = 4 \frac{p_1}{p_c}, \quad \frac{y_2}{y_c} = 16(1+r) \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^2 \frac{y_1}{y_c} \quad \text{e}$$

$$\frac{\ell}{y_c} = (1+r)^{0.5} \left(1 + 4 \frac{p_1}{p_c} \frac{y_1}{y_c} \right). \quad \text{Queste relazioni sono compatibili con le condizioni di proporzionalità.}$$

Infatti, dalle relazioni $\frac{k_1}{k_1^o} = \left(\frac{1+r}{1+r^o} \right)^{-1} \left(\frac{p_1}{p_1^o} \right)^{-1} \frac{p_c}{p_c^o} \frac{y_c}{y_c^o}, \quad \frac{k_2}{k_2^o} = \frac{p_1}{p_1^o} \left(\frac{p_c}{p_c^o} \right)^{-1} \frac{y_c}{y_c^o} \quad \text{e}$

$$\frac{p_1}{p_1^o} \frac{p_2}{p_2^o} = \left(\frac{1+r}{1+r^o} \right)^{-1} \left(\frac{p_c}{p_c^o} \right)^2 \quad \text{risulta che se } \frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o}, \quad \text{per cui } \frac{p_1}{p_1^o} = \left(\frac{1+r}{1+r^o} \right)^{-0.5} \frac{p_c}{p_c^o}, \quad \text{allora } \frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o},$$

come anche, essendo $\frac{y_2}{y_2^o} = \frac{1+r}{1+r^o} \left(\frac{p_1}{p_1^o} \right)^2 \left(\frac{p_c}{p_c^o} \right)^{-2} \frac{y_1}{y_1^o}$, risulta $\frac{y_1}{y_1^o} = \frac{y_2}{y_2^o}$. Inoltre, tenendo conto che

$$\frac{y_2}{y_1} = 16(1+r) \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^2 = \frac{k_2}{k_1}, \quad \text{si ha anche } \frac{y_1}{k_1} = \frac{y_2}{k_2}. \quad \text{Si assuma, ora, che siano soddisfatte le condizioni di}$$

proporzionalità per le quantità $\frac{k_1}{k_1^o} = \frac{k_2}{k_2^o}, \quad \frac{y_1}{y_1^o} = \frac{y_2}{y_2^o}$ e per i prezzi $\frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o}$ e che sia, inoltre, $\frac{y_1^o}{k_1^o} = \frac{y_2^o}{k_2^o}$.

Allora, introducendo le grandezze aggregate $k = p_1^o k_1 + p_2^o k_2, \quad y_k = p_1^o y_1 + p_2^o y_2$ e $\rho = \frac{p_1}{p_1^o} = \frac{p_2}{p_2^o}$, per cui

$$k_1 = \frac{k_1^o}{p_1^o k_1^o + p_2^o k_2^o} k, \quad k_2 = \frac{k_2^o}{p_1^o k_1^o + p_2^o k_2^o} k, \quad y_1 = \frac{y_1^o}{p_1^o y_1^o + p_2^o y_2^o} y_k \quad \text{e} \quad y_2 = \frac{y_2^o}{p_1^o y_1^o + p_2^o y_2^o} y_k, \quad \text{si determina la}$$

funzione aggregata $G(y_c, y_k, \ell, k) = 0$, che risulta essere $y_c^2 + \alpha_y \alpha_k y_k - \alpha_k k \ell = 0$, ove

$$\alpha_k = \frac{(k_1^o k_2^o)^{0.5}}{p_1^o k_1^o + p_2^o k_2^o} \quad \text{e} \quad \alpha_y = \frac{(y_1^o y_2^o)^{0.5}}{p_1^o y_1^o + p_2^o y_2^o}, \quad \text{con } \alpha_k = \alpha_y \quad \text{poiché } \frac{y_1^o}{k_1^o} = \frac{y_2^o}{k_2^o}, \quad \text{e, inoltre, con}$$

$$\alpha_k = \alpha_y = 2^{-1} (p_1^o p_2^o)^{-0.5} \quad \text{se si pone } \frac{p_1^o}{p_2^o} = \frac{k_2^o}{k_1^o} = \frac{y_2^o}{y_1^o} \quad \text{come richiesto dalle condizioni di massimizzazione}$$

del profitto (senza aggregazione). Si mostra ora come la massimizzazione del profitto per le funzione

6. Conclusioni

Come indicato da Pareto, la teoria neoclassica della produzione non richiede, al contrario della teoria classica, una teoria del capitale, ma un'analisi delle scelte di produzione (che è trasformazione di input in output) fondata sulla convenienza delle imprese. Da queste scelte emergono implicazioni riguardanti i beni capitali, che sono alcuni input e output.⁵ Le implicazioni dipendono dal tipo di economia in esame, in particolare, per una economia concorrenziale, dal numero dei beni capitali e dalla presenza di produzioni singole o congiunte. Queste implicazioni sono esaminate, con qualche dettaglio, nell'Appendice.

A questo livello di analisi, senza l'introduzione della nozione di produzione aggregata e di capitale aggregato, non si pone nessun problema di coerenza logica:

aggregata di produzione conduce a relazioni uguali a quelle ottenute con la massimizzazione del profitto sulla funzione di produzione non aggregata. Il profitto, nel caso con aggregazione, è definito dalla

relazione $\Pi = \frac{P_c}{1+r} y_c + \frac{\rho}{1+r} y_k - w\ell - \rho k$. La massimizzazione del profitto conduce alle relazioni:

$$\frac{w}{P_c} = 2^{-1}(1+r)^{-1.5}, \quad \frac{\rho}{P_c} = 4^{-1}(p_1^o p_2^o)^{-0.5}(1+r)^{-0.5}, \quad \frac{k}{y_c} = 2(p_1^o p_2^o)^{0.5}(1+r)^{-0.5} \quad e$$

$\frac{\ell}{y_c} = (1+r)^{0.5} + 2^{-1}(p_1^o p_2^o)^{-0.5} \frac{y_k}{y_c}$. Queste relazioni coincidono con quelle ricavate dalla massimizzazione

sulla funzione di produzione non aggregata, una volta che vengano riformulate per riferirle alle variabili

aggregate. Infatti, $\frac{P_1}{P_c} \frac{P_2}{P_c} = 16^{-1}(1+r)^{-1}$ e $\rho = \frac{P_1}{P_1^o} = \frac{P_2}{P_2^o}$ implicano $\frac{\rho}{P_c} = 4^{-1}(p_1^o p_2^o)^{-0.5}(1+r)^{-0.5}$; queste

relazioni e le relazioni $\frac{k_1}{y_c} = 4^{-1}(1+r)^{-1} \left(\frac{P_1}{P_c}\right)^{-1}$, $\frac{k_2}{y_c} = 4 \frac{P_1}{P_c}$ e $k = p_1^o k_1 + p_2^o k_2$ implicano

$$\frac{k}{y_c} = \frac{p_1 k_1 + p_2 k_2}{\rho y_c} = 2 \frac{p_1 k_1}{\rho y_c} = 2 \frac{P_c}{\rho} \frac{p_1 k_1}{P_c y_c} = 2 \left(4^{-1}(p_1^o p_2^o)^{-0.5}(1+r)^{-0.5}\right)^{-1} \left(4^{-1}(1+r)^{-1}\right) = 2(p_1^o p_2^o)^{0.5}(1+r)^{-0.5};$$

infine, $\frac{\ell}{y_c} = (1+r)^{0.5} \left(1 + 4 \frac{P_1}{P_c} \frac{y_1}{y_c}\right)$, la relazione $y_1 = \frac{y_1^o}{p_1^o y_1^o + p_2^o y_2^o} y_k = 2^{-1}(p_1^o)^{-1} y_k$ e le relazioni

precedenti implicano $\frac{\ell}{y_c} = (1+r)^{0.5} + 4(1+r)^{0.5} p_1^o \frac{\rho}{P_c} 2^{-1}(p_1^o)^{-1} \frac{y_k}{y_c} = (1+r)^{0.5} + 2^{-1}(p_1^o p_2^o)^{-0.5} \frac{y_k}{y_c}$. Se poi

si assume lo stato stazionario, per cui $y_k = k$, si ha $\frac{\ell}{y_c} = (1+r)^{0.5} + (1+r)^{-0.5}$ (ancora, ovviamente, come

senza aggregazione, tenendo conto che in tal caso si ha $y_1 = k_1$ e $y_2 = k_2$).

⁵ Il fatto che la teoria neoclassica non sia focalizzata sul capitale ha comportato non solo la presenza di una molteplicità di modelli al riguardo da parte degli economisti neoclassici, ma anche diversità nella stessa definizione di bene capitale. Ad esempio, Walras (1974, 305-12) pone tra i beni capitali anche le risorse naturali e il lavoro, anche se indica come beni capitali propriamente detti i capitali mobiliari, che sono i beni prodotti destinati alla produzione, che possono includere anche input non più prodotti e output non mai prodotti prima. Che il significato del termine capitale sia abbastanza vago risulta anche dall'importante distinzione, sottolineata da Böhm-Bawerk (1957, 90-91), tra capitale sociale (o produttivo), che è quello riferito ai beni capitali ed è oggetto nella teoria della produzione, e capitale privato (o d'acquisizione), che riguarda, invece, il potere di disposizione sui beni (anche di godimento, non solo mezzi di produzione) e che, perciò, include anche la moneta (invece esclusa dal capitale sociale). La teoria del capitale di Böhm-Bawerk, secondo cui l'intensità capitalistica della produzione è misurata dal periodo medio di produzione, è una teoria neoclassica (accettabile sotto certe condizioni), ma non è la teoria neoclassica: è solo la teoria di Böhm-Bawerk, neppure quella austriaca, dal momento che Menger e Wieser non la condivisero.

l'ipotesi che le imprese scelgano negli insiemi di produzione le trasformazioni più convenienti non è soggetta a critiche di coerenza.⁶ Infatti, il problema di coerenza logica viene posto a livello aggregato, quando cioè si rappresenta la produzione come se vi fosse nell'economia un'unica impresa con i beni capitali rappresentati da un'unica variabile, il capitale. Sebbene molti autori neoclassici, in particolare J.B. Clark (1899), abbiano utilizzato nelle loro presentazioni questo schema, esso non è per nulla richiesto dalla teoria neoclassica. Perché il suo impiego non distorca la rappresentazione fornita dalla teoria senza aggregazione dei beni capitali, occorre che le condizioni per l'aggregazione (perfetta) siano soddisfatte. Tuttavia, l'impiego è comunque accettabile se la distorsione non è rilevante per lo scopo della teoria (allo stesso modo che nella meccanica celeste, ove, per rappresentare il moto dei pianeti, questi e il sole sono indicati come punti materiali trascurando gli effetti della loro forma e dimensione).

L'aggregazione riguarda sia le imprese sia i beni capitali. L'aggregazione tra imprese concorrenziali non è, per l'analisi neoclassica, un problema. Basta introdurre l'insieme aggregato di produzione, che è l'insieme ottenuto sommando gli insiemi di produzione delle singole imprese. E' invece problematica l'aggregazione tra i beni capitali, che richiede, per essere perfetta, condizioni restrittive. In questo scritto si è mostrato come l'aggregazione (perfetta) sia possibile tra i beni capitali che presentano numeri indice uguali, sia di quantità sia di prezzo, e come in tale caso la quantità del capitale aggregato sia il valore dei beni capitali valutato ai prezzi della situazione di riferimento e il prezzo del capitale aggregato sia il numero indice dei prezzi dei beni capitali (che è uguale tra tutti i beni capitali). La condizione di uniformità dei numeri indice richiede condizioni stringenti sull'insieme di produzione. Perciò, se queste condizioni non sono soddisfatte, l'introduzione del capitale aggregato richiede cautele, ossia, occorre tener presente che la rappresentazione offerta utilizzando il capitale aggregato non coincide con quella ottenibile senza l'aggregazione, per cui si introduce una approssimazione che può essere accettabile in certi casi e inaccettabile in altri, con un giudizio spesso fondato su considerazioni empiriche. Tuttavia, se le condizioni per l'aggregazione (perfetta) dei beni capitali sono soddisfatte, si ottengono con l'analisi aggregata le stesse implicazioni sul capitale aggregato ottenibili con l'analisi non aggregata. Quindi, sempre che le condizioni per l'aggregazione dei beni capitali siano soddisfatte, se l'analisi aggregata determina una relazione decrescente tra il capitale aggregato per unità di lavoro (o di prodotto netto) e il salario (o il tasso d'interesse), per cui il ritorno delle tecniche non si presenta, ciò significa che anche l'analisi non aggregata conduce allo stesso risultato. Se questa, invece, determina una relazione che ha tratti crescenti e decrescenti, ciò significa che non sono soddisfatte le condizioni di aggregazione che conducono a variabili (ad esempio, un solo bene prodotto che è, insieme, bene di consumo e bene capitale) che impongono la relazione decrescente.

In conclusione, la teoria aggregata della produzione e l'impiego della nozione di capitale aggregato non sono né richiesti né esclusi dall'analisi neoclassica. Le critiche sollevate dagli studiosi postkeynesiani riguardano l'impiego di analisi aggregate in casi in cui le condizioni per l'aggregazione (perfetta) dei beni capitali non sono soddisfatte, non la teoria neoclassica della produzione, che non è fondata per nulla su ipotesi che richiedono analisi aggregate. Peraltro, l'impiego di analisi aggregate è giustificato, anche in assenza di aggregazione perfetta, se la distorsione generata dall'aggregazione altera la rappresentazione della realtà in modo non significativo rispetto allo scopo dell'applicazione, come spesso accade nelle indagini empiriche.

⁶ Critiche di coerenza sono state formulate alla teoria walrasiana della capitalizzazione. Tuttavia, questa teoria è coerente se formulata correttamente e non si presuma che l'equilibrio walrasiano sia stazionario (non lo è sicuramente se vi è risparmio netto). Al riguardo, Montesano (1970-71).

Appendice. Proprietà delle relazioni di produzione secondo l'analisi neoclassica

A.1 *Economia con due beni (lavoro e un solo bene prodotto, che è insieme bene di consumo e bene capitale).*

Si consideri dapprima il caso di un'impresa (o di un'industria o un'intera economia) che impieghi soltanto due beni (lavoro e capitale) per produrre un bene che è fisicamente omogeneo con uno degli input (ossia il bene capitale è fisicamente omogeneo con l'output). In questo caso, con valutazioni riferite all'inizio del periodo di produzione, si indichino con p il prezzo del prodotto e del bene capitale disponibili all'inizio del periodo di produzione, con w il prezzo del lavoro anch'esso disponibile all'inizio del periodo di produzione e con p' il prezzo del bene prodotto disponibile alla fine del periodo di produzione. Allora il tasso d'interesse è definito dalla relazione $1+r = \frac{p}{p'}$, per cui $p' = \frac{p}{1+r}$. Indicando con ℓ e k le quantità degli input e con y la quantità dell'output, tutte non negative, ne consegue che il profitto è pari a

$$\Pi = p'y - w\ell - qk,$$

ove $q = p - (1-\mu)p'$ è il prezzo per l'uso del capitale con μ tasso di ammortamento (perciò $\mu = 1$ se il bene capitale è circolante, $\mu = 0$ se non è deperibile, e compreso tra 0 e 1 nei casi intermedi). Tenendo conto della relazione che definisce il tasso d'interesse, si ha anche

$$\Pi = \frac{p}{1+r}y - w\ell - \frac{\mu+r}{1+r}pk.$$

Si assuma che le possibilità tecniche di produzione presentino rendimenti di scala costanti cosicché possono essere rappresentate da una relazione del tipo

$$\frac{y}{\ell} \leq f\left(\frac{k}{\ell}\right),$$

ove $f(\cdot)$ è una funzione monotona non decrescente e limitata per $\frac{k}{\ell}$ finito, e il profitto è nullo (per produzioni finite), cioè

$$0 = \frac{y}{\ell} - (1+r)\frac{w}{p} - (\mu+r)\frac{k}{\ell}.$$

Le relazioni precedenti implicano che la quantità di capitale per unità di lavoro e la quantità di capitale per unità di prodotto siano funzioni non crescenti del tasso di interesse e che il salario ne sia funzione decrescente. Infatti, se l'impresa sceglie il vettore $\left(\left(\frac{y}{\ell}\right)_a, \left(\frac{k}{\ell}\right)_a\right)$ in presenza di $r_a, \left(\frac{w}{p}\right)_a$ e il vettore $\left(\left(\frac{y}{\ell}\right)_b, \left(\frac{k}{\ell}\right)_b\right)$ in presenza di $r_b, \left(\frac{w}{p}\right)_b$, allora per la condizione di massimizzazione del profitto, si hanno le due disuguaglianze

$$(1+r_a)\left(\frac{w}{p}\right)_a = \left(\frac{y}{\ell}\right)_a - (\mu+r_a)\left(\frac{k}{\ell}\right)_a \geq \left(\frac{y}{\ell}\right)_b - (\mu+r_a)\left(\frac{k}{\ell}\right)_b,$$

$$(1+r_b)\left(\frac{w}{p}\right)_b = \left(\frac{y}{\ell}\right)_b - (\mu+r_b)\left(\frac{k}{\ell}\right)_b \geq \left(\frac{y}{\ell}\right)_a - (\mu+r_b)\left(\frac{k}{\ell}\right)_a,$$

da cui, sommandole, si ricava la disuguaglianza

$$(r_b - r_a)\left(\left(\frac{k}{\ell}\right)_b - \left(\frac{k}{\ell}\right)_a\right) \leq 0.$$

Allora, $r_b > r_a$ implica $\left(\frac{k}{\ell}\right)_b \leq \left(\frac{k}{\ell}\right)_a$ e $r_b < r_a$ implica $\left(\frac{k}{\ell}\right)_b \geq \left(\frac{k}{\ell}\right)_a$, cioè la quantità di capitale per unità di lavoro è funzione non crescente del tasso d'interesse.

Dalle stesse disuguaglianze si ricava anche

$$-(r_b - r_a)\left(\frac{k}{\ell}\right)_a \leq (1+r_b)\left(\frac{w}{p}\right)_b - (1+r_a)\left(\frac{w}{p}\right)_a \leq -(r_b - r_a)\left(\frac{k}{\ell}\right)_b,$$

per cui, se $r_b > r_a$ e $\left(\frac{k}{\ell}\right)_b > 0$, allora $\left(\frac{w}{p}\right)_b < \left(\frac{w}{p}\right)_a$ e, se $r_b < r_a$ e $\left(\frac{k}{\ell}\right)_a > 0$, allora

$\left(\frac{w}{p}\right)_b > \left(\frac{w}{p}\right)_a$, cosicché il salario risulta funzione decrescente (e non soltanto non crescente) del tasso d'interesse se la quantità del capitale per unità di lavoro è positiva.

Inoltre, assumendo la differenziabilità, dalla disuguaglianza precedente si ricava, per $r_b - r_a \rightarrow 0$,

$$\frac{d\left((1+r)\frac{w}{p}\right)}{dr} = -\frac{k}{\ell},$$

per cui, essendo

$$\frac{k}{y} = \frac{1}{\mu + r + (1+r)\frac{w}{p}\frac{\ell}{k}},$$

si ricava che

$$\frac{d\left(\frac{k}{y}\right)}{dr} = -\left(\frac{k}{y}\right)^2 \left(1 + \frac{\ell}{k} \frac{d\left((1+r)\frac{w}{p}\right)}{dr} - \frac{(1+r)\frac{w}{p}}{\left(\frac{k}{\ell}\right)^2} \frac{d\left(\frac{k}{\ell}\right)}{dr}\right) = \frac{\left(\frac{k}{y}\right)^2}{\left(\frac{k}{\ell}\right)^2} (1+r) \frac{w}{p} \frac{d\left(\frac{k}{\ell}\right)}{dr} \leq 0.$$

Si noti infine come, dal momento che il bene capitale è omogeneo con il bene prodotto, risultino funzioni non crescenti del tasso di interesse anche il valore del capitale per unità di lavoro e il valore del capitale per unità di prodotto (basta prendere come numerario il bene prodotto, porre cioè $p=1$, e notare come quantità del capitale e valore del capitale coincidano).

Perciò il salario, la quantità di capitale per unità di lavoro e la quantità di capitale per unità di prodotto sono funzioni non crescenti del tasso di interesse. Quindi, nel caso in esame, il ritorno delle tecniche non è possibile, ossia non è possibile che al crescere del tasso d'interesse il rapporto capitale/lavoro ritorni ad un valore scelto per un tasso d'interesse inferiore e poi abbandonato al crescere del tasso d'interesse.

A.2. Bene di consumo e bene capitale non omogenei e ottenuti con produzioni disgiunte.

Siano le possibilità di produzione rappresentate dalle funzioni $y_c = f_c(\ell_c, k_c)$ per il bene di consumo e $y_k = f_k(\ell_k, k_k)$ per il bene capitale, con $\ell_c + \ell_k = \ell$ e $k_c + k_k = k$.

Assumendo rendimenti di scala costanti, per cui si ha $\frac{y_c}{\ell_c} = f_c\left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)$ e $\frac{y_k}{\ell_k} = f_k\left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)$, e procedendo analogamente al caso precedente (quello con bene di consumo e bene capitale omogenei tra loro), si ottengono le condizioni di profitto nullo⁷

$$0 = \frac{y_c}{\ell_c} - (1+r) \frac{w}{p_c} - (\mu+r) \frac{p_k}{p_c} \frac{k_c}{\ell_c}, \quad 0 = \frac{y_k}{\ell_k} - (1+r) \frac{w}{p_k} - (\mu+r) \frac{k_k}{\ell_k},$$

da cui risultano le relazioni

$$(1+r) \frac{w}{p_c} = \frac{\left(\frac{y_k}{\ell_k} - (\mu+r) \frac{k_k}{\ell_k}\right) \frac{y_c}{\ell_c}}{\frac{y_k}{\ell_k} + (\mu+r) \left(\frac{k_c}{\ell_c} - \frac{k_k}{\ell_k}\right)}, \quad \frac{p_k}{p_c} = \frac{\frac{y_c}{\ell_c}}{\frac{y_k}{\ell_k} + (\mu+r) \left(\frac{k_c}{\ell_c} - \frac{k_k}{\ell_k}\right)}.$$

Poi, per l'ipotesi di massimizzazione del profitto, si hanno le disuguaglianze

$$(1+r_a) \left(\frac{w}{p_c}\right)_a = \left(\frac{y_c}{\ell_c}\right)_a - (\mu+r_a) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_a \left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_a \geq \left(\frac{y_c}{\ell_c}\right)_b - (\mu+r_a) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_a \left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_b,$$

$$(1+r_b) \left(\frac{w}{p_c}\right)_b = \left(\frac{y_c}{\ell_c}\right)_b - (\mu+r_b) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_b \left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_b \geq \left(\frac{y_c}{\ell_c}\right)_a - (\mu+r_b) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_b \left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_a,$$

$$(1+r_a) \left(\frac{w}{p_k}\right)_a = \left(\frac{y_k}{\ell_k}\right)_a - (\mu+r_a) \left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)_a \geq \left(\frac{y_k}{\ell_k}\right)_b - (\mu+r_a) \left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)_b,$$

$$(1+r_b) \left(\frac{w}{p_k}\right)_b = \left(\frac{y_k}{\ell_k}\right)_b - (\mu+r_b) \left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)_b \geq \left(\frac{y_k}{\ell_k}\right)_a - (\mu+r_b) \left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)_a,$$

da cui si ricavano le disuguaglianze

$$\left((\mu+r_b) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_b - (\mu+r_a) \left(\frac{p_k}{p_c}\right)_a \right) \left(\left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_b - \left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)_a \right) \leq 0,$$

⁷ Qui e nel seguito si assume che il tasso d'interesse proprio sia uguale per tutti i beni: ossia, che il rapporto tra il prezzo del bene con disponibilità all'inizio del periodo di produzione e il prezzo dello stesso bene con disponibilità alla fine del periodo sia pari a $1+r$ per tutti i beni.

$$(r_b - r_a) \left(\left(\frac{k_k}{\ell_k} \right)_b - \left(\frac{k_k}{\ell_k} \right)_a \right) \leq 0$$

e le relazioni

$$-(r_b - r_a) \left(\frac{k_k}{\ell_k} \right)_a \leq (1 + r_b) \left(\frac{w}{p_k} \right)_b - (1 + r_a) \left(\frac{w}{p_k} \right)_a \leq -(r_b - r_a) \left(\frac{k_k}{\ell_k} \right)_b$$

$$-\left((\mu + r_b) \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b - (\mu + r_a) \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \right) \left(\frac{k_c}{\ell_c} \right)_a \leq (1 + r_b) \left(\frac{w}{p_c} \right)_b - (1 + r_a) \left(\frac{w}{p_c} \right)_a \leq -\left((\mu + r_b) \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b - (\mu + r_a) \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \right) \left(\frac{k_c}{\ell_c} \right)_b.$$

Quest'ultime implicano che

$$\frac{d \left((1 + r) \frac{w}{p_k} \right)}{dr} = -\frac{k_k}{\ell_k} \leq 0, \quad \frac{d \left((1 + r) \frac{w}{p_c} \right)}{dr} = -\frac{k_c}{\ell_c} \frac{d \left((\mu + r) \frac{p_k}{p_c} \right)}{dr},$$

da cui si ottiene

$$\frac{d \left(\frac{p_k}{p_c} \right)}{dr} = \frac{\left(\frac{k_k}{\ell_k} - \frac{k_c}{\ell_c} \right) \frac{p_k}{p_c}}{(1 + r) \frac{w}{p_k} + (\mu + r) \frac{k_c}{\ell_c}}, \quad \frac{d \left((1 + r) \frac{w}{p_c} \right)}{dr} = -\frac{\frac{y_k}{\ell_k} \frac{k_c}{\ell_c} \frac{p_k}{p_c}}{(1 + r) \frac{w}{p_k} + (\mu + r) \frac{k_c}{\ell_c}} \leq 0,$$

cosicché $\frac{d \left(\frac{w}{p_c} \right)}{dr} \leq 0$, mentre $\frac{d \left(\frac{p_k}{p_c} \right)}{dr}$ è positivo o negativo a seconda del segno di $\frac{k_k}{\ell_k} - \frac{k_c}{\ell_c}$. Quindi, tenendo conto delle disuguaglianze trovate per la condizione di

massimo profitto si ottiene anche che $\frac{d \left(\frac{k_k}{\ell_k} \right)}{dr} \leq 0$ e che è anche $\frac{d \left(\frac{k_c}{\ell_c} \right)}{dr} \leq 0$ poiché

$$\text{segno} \left(\frac{d \left(\frac{k_c}{\ell_c} \right)}{dr} \right) = -\text{segno} \left(\frac{d \left((\mu + r) \left(\frac{p_k}{p_c} \right) \right)}{dr} \right) = \text{segno} \left(\frac{d \left((1 + r) \left(\frac{w}{p_c} \right) \right)}{dr} \right).$$

Quindi, ponendo la condizione di stazionarietà del capitale

$$y_k = \mu k$$

ove $k = k_c + k_k$, si ha

$$\frac{k}{\ell} = \frac{1}{\frac{\ell_c}{k_c} - \mu \frac{\ell_c}{k_c} \frac{k_k}{y_k} + \mu \frac{\ell_k}{k_k} \frac{k_k}{y_k}},$$

da cui, tenendo conto che

$$\frac{k_c}{y_c} = \frac{1}{(1+r) \frac{w}{p_c} \frac{\ell_c}{k_c} + (\mu+r) \frac{p_k}{p_c}}, \quad \frac{k_k}{y_k} = \frac{1}{(1+r) \frac{w}{p_k} \frac{\ell_k}{k_k} + \mu+r},$$

per cui

$$\frac{d\left(\frac{k_c}{y_c}\right)}{dr} = (1+r) \frac{w}{p_c} \left(\frac{\ell_c}{y_c}\right)^2 \frac{d\left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)}{dr} \leq 0, \quad \frac{d\left(\frac{k_k}{y_k}\right)}{dr} = (1+r) \frac{w}{p_k} \left(\frac{\ell_k}{y_k}\right)^2 \frac{d\left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)}{dr} \leq 0,$$

si ricava

$$\frac{d\left(\frac{k}{\ell}\right)}{dr} = \mu \left(\frac{k}{\ell}\right)^2 \left[\frac{\ell_c^2}{y_k k_c} \frac{d\left(\frac{k_c}{\ell_c}\right)}{dr} + \left((1+r) \frac{w}{p_k} \frac{\ell_c}{k_c} + \mu+r \right) \left(\frac{\ell_k}{y_k}\right)^2 \frac{d\left(\frac{k_k}{\ell_k}\right)}{dr} \right] \leq 0.$$

Poi, essendo $\frac{k}{y_c} = \frac{\frac{k_c}{y_c}}{1 - \mu \frac{k_k}{y_k}}$, risulta anche $\frac{d\left(\frac{k}{y_c}\right)}{dr} \leq 0$.

Si è così trovato che il salario, la quantità di capitale per unità di lavoro e la quantità di capitale per unità di prodotto (netto) sono funzioni non crescenti del tasso

d'interesse, cioè $\frac{d\left(\frac{w}{p_c}\right)}{dr} \leq 0$, $\frac{d\left(\frac{k}{\ell}\right)}{dr} \leq 0$ e $\frac{d\left(\frac{k}{y_c}\right)}{dr} \leq 0$.⁸ Invece, il valore del capitale

per unità di lavoro e il valore del capitale per unità di prodotto (netto) non presentano questa proprietà, cioè le disuguaglianze $\frac{d\left(p_k \frac{k}{\ell}\right)}{dr} \leq 0$ e $\frac{d\left(p_k \frac{k}{y_c}\right)}{dr} \leq 0$ non sono richieste, come mostra l'esempio numerico seguente.

Vi siano le funzioni di produzione seguenti, rispettivamente per il bene di consumo e per il bene capitale

$$y_c = k_c - \frac{1}{2} \frac{k_c^2}{\ell_c}, \quad y_k = 4\ell_k \ln \frac{k_k}{\ell_k},$$

perciò, con quantità totale di lavoro e di capitale $\ell = \ell_c + \ell_k$ e $k = k_c + k_k$. Sia il bene capitale circolante (perciò con $\mu=1$), si prenda come numerario il bene di consumo

⁸ Invece, Garegnani (1970, 411-12) segnala anche per questo caso la possibilità del ritorno delle tecniche, che invece non può presentarsi se si tiene conto che la scelta delle tecniche è compiuta da ciascuna industria, secondo la sua convenienza. Allora, se vi sono due industrie e due possibili tecniche per ciascuna industria, non si ha che il mutamento di tecnica da parte di un'industria implichi necessariamente il mutamento di tecnica da parte dell'altra industria. Tenendo conto che il mutamento di tecnica in un'industria avviene secondo la convenienza dell'industria in considerazione, il ritorno delle tecniche è escluso nel caso in esame (al riguardo, Montesano, 1974, 90-103).

(quindi, $p_c = 1$) e si indichino il prezzo del bene capitale con p_k e il salario con w . Allora, i profitti delle due produzioni sono, rispettivamente,

$$\Pi_c = \frac{1}{1+r} y_c - w \ell_c - p_k k_c, \quad \Pi_k = \frac{p_k}{1+r} y_k - w \ell_k - p_k k_k$$

e la loro massimizzazione conduce alle condizioni del primo ordine (per un massimo interno)

$$(1+r)w = \frac{1}{2} \left(\frac{k_c}{\ell_c} \right)^2, \quad (1+r)p_k = 1 - \frac{k_c}{\ell_c},$$

$$(1+r) \frac{w}{p_k} = -4 + 4 \ln \frac{k_k}{\ell_k}, \quad 1+r = 4 \frac{\ell_k}{k_k}.$$

Queste relazioni, essendo le condizioni del secondo ordine soddisfatte, definiscono le funzioni $w(r)$, $p_k(r)$, $\frac{k_c}{\ell_c}(r)$, $\frac{k_k}{\ell_k}(r)$ e, tenendo conto delle funzioni di produzione, le

funzioni $\frac{k_c}{y_c}(r)$ e $\frac{k_k}{y_k}(r)$. Poi, ponendo la condizione di stazionarietà $y_k = k$, si possono

ricavare anche le funzioni $\frac{k}{\ell}(r)$, $\frac{k}{y_c}(r)$, $\frac{p_k k}{\ell}(r)$ e $\frac{p_k k}{y_c}(r)$. Alcuni valori di queste

funzioni sono indicati nella tabella seguente, in cui si può notare come il valore del capitale per unità di lavoro e il valore del capitale per unità di prodotto (netto) non siano funzioni decrescenti del tasso d'interesse.

r	w	p_k	$\frac{k_c}{\ell_c}$	$\frac{k_k}{\ell_k}$	$\frac{k_c}{y_c}$	$\frac{k_k}{y_k}$	$\frac{k}{\ell}$	$\frac{k}{y_c}$	$\frac{p_k k}{\ell}$	$\frac{p_k k}{y_c}$
-0,5356	0,981	0,099	0,954	8,613	1,912	1	8,6132	∞	0,8499	∞
-0,5	0,899	0,104	0,948	8	1,901	0,962	6,2296	49,762	0,6483	5,178
-0,4	0,718	0,120	0,928	6,667	1,866	0,879	3,8069	15,358	0,4568	1,843
-0,3	0,583	0,137	0,904	5,714	1,824	0,820	2,9153	10,115	0,4007	1,390
-0,2	0,478	0,157	0,875	5	1,777	0,777	2,4348	7,957	0,3819	1,248
-0,1	0,391	0,179	0,839	4,444	1,723	0,745	2,1200	6,752	0,3794	1,208
0	0,316	0,205	0,795	4	1,660	0,721	1,8843	5,958	0,3857	1,219
0,1	0,249	0,236	0,741	3,636	1,588	0,704	1,6863	5,369	0,3975	1,265
0,2	0,187	0,275	0,670	3,333	1,504	0,692	1,4989	4,885	0,4123	1,343
0,3	0,126	0,330	0,572	3,077	1,400	0,684	1,2911	4,437	0,4255	1,462
0,4	0,060	0,422	0,410	2,857	1,258	0,6804	0,9824	3,935	0,4141	1,659
0,4715	0	0,680	0	2,718	1	0,6796	0	3,121	0	2,121

A.3 Bene di consumo e bene capitale non omogenei e ottenuti con produzione congiunta.

Vi sia ora la funzione di trasformazione $F(y_c, y_k, \ell, k) = 0$, in cui y_c indica la quantità prodotta del bene di consumo, y_k quella del bene capitale, ℓ la quantità impiegata di lavoro e k quella di capitale. Assumendo rendimenti di scala costanti, per cui la funzione di trasformazione può essere scritta nella forma $F\left(\frac{y_c}{\ell}, \frac{y_k}{\ell}, \frac{k}{\ell}\right) = 0$, e procedendo analogamente ai casi precedenti, si ottiene la condizione di profitto nullo

$$0 = \frac{y_c}{\ell} + \frac{p_k}{p_c} \frac{y_k}{\ell} - (1+r) \frac{w}{p_c} - (\mu+r) \frac{p_k}{p_c} \frac{k}{\ell},$$

da cui, imponendo la condizione di stazionarietà del capitale $y_k = \mu k$, risulta la relazione

$$\frac{y_c}{\ell} = (1+r) \frac{w}{p_c} + r \frac{p_k}{p_c} \frac{k}{\ell}.$$

La massimizzazione del profitto implica le disuguaglianze

$$(1+r_a) \left(\frac{w}{p_c} \right)_a = \left(\frac{y_c}{\ell} \right)_a - r_a \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \left(\frac{k}{\ell} \right)_a \geq \left(\frac{y_c}{\ell} \right)_b - r_a \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \left(\frac{k}{\ell} \right)_b,$$

$$(1+r_b) \left(\frac{w}{p_c} \right)_b = \left(\frac{y_c}{\ell} \right)_b - r_b \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b \left(\frac{k}{\ell} \right)_b \geq \left(\frac{y_c}{\ell} \right)_a - r_b \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b \left(\frac{k}{\ell} \right)_a,$$

da cui si ricava la disuguaglianza

$$\left(r_b \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b - r_a \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \right) \left(\left(\frac{k}{\ell} \right)_b - \left(\frac{k}{\ell} \right)_a \right) \leq 0$$

e la relazione

$$-\left(r_b \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b - r_a \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \right) \left(\frac{k}{\ell} \right)_a \leq (1+r_b) \left(\frac{w}{p_c} \right)_b - (1+r_a) \left(\frac{w}{p_c} \right)_a \leq -\left(r_b \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_b - r_a \left(\frac{p_k}{p_c} \right)_a \right) \left(\frac{k}{\ell} \right)_b.$$

Queste relazioni implicano

$$\frac{d \left(r \frac{p_k}{p_c} \right)}{d \left(\frac{k}{\ell} \right)} \leq 0, \quad \frac{d \left((1+r) \frac{w}{p_c} \right)}{d \left(r \frac{p_k}{p_c} \right)} = -\frac{k}{\ell} \leq 0,$$

da cui si ottiene

$$\frac{d \left((1+r) \frac{w}{p_c} \right)}{d \left(\frac{k}{\ell} \right)} = -\frac{k}{\ell} \frac{d \left(r \frac{p_k}{p_c} \right)}{d \left(\frac{k}{\ell} \right)} \geq 0.$$

Però, ora, non risulta necessariamente che il tasso d'interesse sia funzione non crescente del salario e neppure che siano funzioni non crescenti del tasso d'interesse la quantità di capitale per unità di lavoro (cioè $\frac{k}{\ell}$) e la quantità di capitale per unità di prodotto netto (cioè $\frac{k}{y_c}$).

Si consideri, al riguardo, l'esempio numerico seguente, in cui $\mu = 1$ e si ha la funzione di trasformazione

$$10y_c + 9y_k + 6k + 10\sqrt{\ell k} - 9\ell ky_k^{-1} - 11\sqrt{y_k \ell} - 15\sqrt{y_k k} = 0.$$

La massimizzazione del profitto conduce, scegliendo il bene di consumo come numerario (ponendo cioè $p_c = 1$), al sistema

$$r = \left(3\frac{k}{\ell} - 11\sqrt{\frac{k}{\ell}} + 18 \right)^{-1} \sqrt{\frac{k}{\ell}}, \quad p_k = \frac{3}{20} - \frac{11}{20} \left(\frac{k}{\ell} \right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{9}{10} \left(\frac{k}{\ell} \right)^{-1},$$

$$w = \frac{1}{1+r} \left(\frac{9}{10} + \frac{1}{10} \sqrt{\frac{k}{\ell}} - rp_k \frac{k}{\ell} \right), \quad \frac{k}{y_c} = \frac{y_k}{y_c} = \frac{k}{\ell} \left(\frac{9}{10} + \frac{1}{10} \sqrt{\frac{k}{\ell}} \right)^{-1},$$

mentre la condizione del secondo ordine richiede $\frac{k}{\ell} > 5,6989$. La tabella seguente riporta alcuni valori desunti da questo sistema. Si può notare come il tasso d'interesse non sia funzione decrescente del salario.

$\frac{k}{\ell}$	r	p_k	rp_k	w	$(1+r)w$	$\frac{k}{y_c}$	$\frac{p_k k}{\ell}$	$\frac{p_k k}{y_c}$
5,6989	0,270138	0,07753	0,020945	0,80256	1,01936	5,0046	0,4419	0,3880
5,7	0,270141	0,07752	0,020943	0,80257	1,01937	5,0055	0,4419	0,3881
5,8	0,270340	0,07680	0,020761	0,80326	1,02042	5,0840	0,4454	0,3904
5,9	0,270456	0,07611	0,020585	0,80400	1,02145	5,1623	0,4491	0,3929
6	0,270494	0,07546	0,020412	0,80478	1,02247	5,2404	0,4528	0,3955
6,1	0,270457	0,07485	0,020244	0,80561	1,02349	5,3183	0,4566	0,3981
6,25	0,270270	0,074	0,02	0,80691	1,025	5,4348	0,4625	0,4022
7	0,267336	0,07069	0,018898	0,81453	1,03229	6,0108	0,4948	0,4249
9	0,25	0,06667	0,016667	0,84	1,05	7,5	0,6	0,5
20	0,155247	0,07202	0,011180	0,97261	1,12361	14,8455	1,4403	1,0691
100	0,048077	0,104	0,005	1,33578	1,4	52,6316	10,4	5,4737
∞	0	0,15	0	∞	∞	∞	∞	∞

A.4 Un bene di consumo e diversi beni capitali eterogenei ottenuti con produzioni singole.

Infine, con beni capitali eterogenei tra loro (ad esempio, con due beni capitali diversi), si ha, in assenza di produzioni congiunte, che il salario è funzione non crescente del tasso d'interesse, ma nessun'altra delle uniformità ricavate precedentemente (quali la decrescenza della quantità di capitale per unità di lavoro al crescere del tasso d'interesse, ecc.).

Si consideri una economia in cui si producono, con rendimenti di scala costanti, un bene di consumo e n beni capitali, con possibilità di produzione rappresentate dalle funzioni di produzione

$$\frac{y_i}{\ell_i} = f_i \left(\frac{k_{i1}}{\ell_i}, \dots, \frac{k_{in}}{\ell_i} \right), \quad i = 0, 1, \dots, n,$$

ove con l'indice 0 viene indicato il bene di consumo e con gli indici $1, \dots, n$ i beni capitali, con y_i la quantità prodotta del bene i -esimo, con ℓ_i la quantità di lavoro impiegata per la produzione di quel bene e con k_{ij} la quantità del bene capitale j -esimo impiegata nella produzione del bene i -esimo. Tenendo presenti le condizioni del primo ordine, che richiedono per le soluzioni interne

$$\frac{\partial f_i}{\partial \left(\frac{k_{ij}}{\ell_i} \right)} = (\mu_j + r) \frac{p_j}{p_i}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n,$$

si ricavano dalla differenziazione delle funzioni di produzione e delle condizioni di profitto nullo (che conseguono dai rendimenti costanti di scala) le relazioni

$$0 = d \left((1+r) \frac{w}{p_i} \right) + \sum_{j=1}^n \frac{k_{ij}}{\ell_i} d \left((\mu_j + r) \frac{p_j}{p_i} \right), \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Queste relazioni valgono anche nel caso in cui i coefficienti di produzione sono fissi. Da esse si ottiene il sistema di equazioni (avendo posto $p_0 = 1$)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\sum_{j=1}^n (\mu_j + r) \frac{k_{0j}}{\ell_0} \frac{dp_j}{dr} = \sum_{j=1}^n \frac{k_{0j}}{\ell_0} p_j + \frac{d((1+r)w)}{dr}, \\ \frac{y_i}{\ell_i} \frac{dp_i}{dr} - \sum_{j=1}^n (\mu_j + r) \frac{k_{ij}}{\ell_i} \frac{dp_j}{dr} = \sum_{j=1}^n \frac{k_{ij}}{\ell_i} p_j + \frac{d((1+r)w)}{dr}, \end{array} \right. \quad i = 1, \dots, n.$$

Questo sistema può essere scritto in forma matriciale come

$$\left\{ \begin{array}{l} -\kappa_0^T \hat{v} \frac{dp}{dr} = \kappa_0^T p + \frac{d((1+r)w)}{dr}, \\ \Lambda \frac{dp}{dr} = \kappa p + \frac{d((1+r)w)}{dr} e, \end{array} \right.$$

ove κ_0^T è il vettore riga di elementi $\left(\frac{k_{0j}}{\ell_0}\right)_{j=1}^n$, \hat{v} è la matrice diagonale di elementi

$(\mu_i + r)_{i=1}^n$, $\frac{dp}{dr}$ è il vettore di elementi $\left(\frac{dp_i}{dr}\right)_{i=1}^n$, p è il vettore di elementi $(p_i)_{i=1}^n$,

$\Lambda = \hat{\eta} - \kappa \hat{v}$ è una matrice $n \times n$, $\hat{\eta}$ è la matrice diagonale di elementi $\left(\frac{y_i}{\ell_i}\right)_{i=1}^n$, κ è la

matrice di elementi $\left(\frac{k_{ij}}{\ell_i}\right)_{i,j=1}^n$ e e è il vettore di elementi tutti uguali ad 1. Dall'ultimo

sottosistema si ricava

$$\frac{dp}{dr} = \Lambda^{-1} \left(\kappa p + \frac{d((1+r)w)}{dr} e \right),$$

ove $\Lambda^{-1} = (\hat{\eta} - \kappa \hat{v})^{-1}$ è una matrice non negativa e non singolare dal momento che la matrice Λ presenta la diagonale principale positiva e dominante (infatti, la sua diagonale principale è composta dagli elementi

$$\lambda_{ii} = \frac{y_i}{\ell_i} - (\mu_i + r) \frac{k_{ii}}{\ell_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^n (\mu_j + r) \frac{k_{ij}}{\ell_i} \frac{p_j}{p_i} + (1+r) \frac{w}{p_i} > 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

mentre gli elementi fuori dalla diagonale principale sono

$$\lambda_{ij} = -(\mu_j + r) \frac{k_{ij}}{\ell_i} \leq 0, \quad i, j = 1, \dots, n \text{ con } i \neq j,$$

perciò con $\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} \frac{p_j}{p_i} = (1+r) \frac{w}{p_i} > 0$ per $i = 1, \dots, n$). Sostituendo

$\frac{dp}{dr} = \Lambda^{-1} \left(\kappa p + \frac{d((1+r)w)}{dr} e \right)$ nella prima equazione, si ricava

$$-\kappa_0^T \hat{v} \Lambda^{-1} \left(\kappa p + \frac{d((1+r)w)}{dr} e \right) = \kappa_0^T p + \frac{d((1+r)w)}{dr},$$

da cui

$$\frac{d((1+r)w)}{dr} = -\frac{\kappa_0^T p + \kappa_0^T \hat{v} \Lambda^{-1} \kappa p}{1 + \kappa_0^T \hat{v} \Lambda^{-1} e} \leq 0.$$

Infine, quest'ultima condizione, essendo $\frac{d((1+r)w)}{dr} = (1+r) \frac{dw}{dr} + w$, implica che

$$\frac{dw}{dr} < 0 \text{ per } w > 0.$$

Il fatto che non risultino sempre verificate le altre relazioni (come la decrescenza della quantità di capitale per unità di lavoro al crescere del tasso d'interesse) può essere visto con un esempio numerico. Vi siano un bene di consumo e due beni capitali circolanti (cioè con $\mu = 1$), tutti prodotti con coefficienti fissi di produzione, tranne che per il primo bene capitale, per il quale vi sono due tecniche alternative. Siano

disponibili per il bene di consumo la tecnica rappresentata dai coefficienti di produzione $\left\{ \frac{y_0}{\ell_0} = 1, \frac{k_{01}}{\ell_0} = 1, \frac{k_{02}}{\ell_0} = 0 \right\}$; per il primo bene capitale due tecniche alternative $\left\{ \left(\frac{y_1}{\ell_1} = 1, \frac{k_{11}}{\ell_1} = 0, \frac{k_{12}}{\ell_1} = 1 \right)_a, \left(\frac{y_1}{\ell_1} = \frac{1}{1,286}, \frac{k_{11}}{\ell_1} = \frac{1}{6,43}, \frac{k_{12}}{\ell_1} = \frac{1,6}{6,43} \right)_b \right\}$; per il secondo bene capitale la tecnica $\left\{ \frac{y_2}{\ell_2} = 1, \frac{k_{21}}{\ell_2} = 0, \frac{k_{22}}{\ell_2} = 0 \right\}$. La massimizzazione del profitto (per unità di lavoro) nella produzione del primo bene capitale, che è pari a $p_1 \frac{y_1}{\ell_1} - (1+r)w - (1+r)p_1 \frac{k_{11}}{\ell_1} - (1+r)p_2 \frac{k_{12}}{\ell_1}$, conduce alla scelta della tecnica a se $\frac{0,286}{1+r} + 0,2 > 0,966 \frac{p_2}{p_1}$, della tecnica b se $\frac{0,286}{1+r} + 0,2 < 0,966 \frac{p_2}{p_1}$, e all'indifferenza in caso di uguaglianza. Con l'adozione della tecnica a nella produzione del primo bene capitale, si presenta per i prezzi (con $p_0 = 1$) il sistema

$$\begin{aligned} 1 &= (1+r)(w + p_1), \\ p_1 &= (1+r)(w + p_2), \\ p_2 &= (1+r)w, \end{aligned}$$

con la tecnica b il sistema

$$\begin{aligned} 1 &= (1+r)(w + p_1), \\ p_1 &= (1+r)(1,286w + 0,2p_1 + 0,32p_2), \\ p_2 &= (1+r)w, \end{aligned}$$

da cui risultano rispettivamente le relazioni: per il caso con tecnica a

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3}, \\ p_1 &= \frac{1 + (1+r)}{1 + (1+r) + (1+r)^2}, \\ p_2 &= \frac{1}{1 + (1+r) + (1+r)^2}, \end{aligned}$$

e per il caso con tecnica b

$$\begin{aligned} w &= \frac{1 - 0,2(1+r)}{(1+r)(1 - 0,2(1+r)) + (1+r)^2(1,286 + 0,32(1+r))}, \\ p_1 &= \frac{1,286 + 0,32(1+r)}{1 - 0,2(1+r) + (1+r)(1,286 + 0,32(1+r))}, \\ p_2 &= \frac{1 - 0,2(1+r)}{1 - 0,2(1+r) + (1+r)(1,286 + 0,32(1+r))}. \end{aligned}$$

Da queste relazioni si ricava che il segno dell'espressione $\frac{0,286}{1+r} + 0,2 - 0,966 \frac{p_2}{p_1}$ è non negativo se $1+r \notin \left(\frac{11}{10}, \frac{13}{10}\right)$, per cui conviene in tal caso adottare la tecnica *a*, ed è non positivo se $1+r \in \left[\frac{11}{10}, \frac{13}{10}\right]$, per cui conviene in quest'altro caso la tecnica *b*.

Nella tabella seguente (assumendo la condizione di stazionarietà dei beni capitali, cioè $y_1 = k_1$ e $y_2 = k_2$) sono indicati alcuni valori delle grandezze rilevanti che emergono dalle relazioni precedenti, da cui si evince che, mentre il salario risulta funzione decrescente del tasso d'interesse, ciò non accade per le quantità di capitale e il valore del capitale per unità di prodotto netto e per unità di lavoro.

r	w	$(1+r)w$	p_1	p_2	$\frac{k_1}{y_0}$	$\frac{k_2}{y_0}$	$\frac{k_1}{\ell}$	$\frac{k_2}{\ell}$	$\frac{p_1 k_1 + p_2 k_2}{y_0}$	$\frac{p_1 k_1 + p_2 k_2}{\ell}$
-1	∞	1	∞	∞	1	1	0,33	0,33	∞	∞
-0,5	1,143	0,571	0,857	0,571	1	1	0,33	0,33	1,4285	0,4762
0	0,333	0,333	0,667	0,333	1	1	0,33	0,33	1	0,3333
0,1	0,275	0,302	0,634	0,302	1	1	0,33	0,33	0,9465	0,3155
0,1	0,275	0,302	0,634	0,302	1,25	0,4	0,42	0,14	0,9138	0,3038
0,2	0,229	0,275	0,604	0,275	1,25	0,4	0,42	0,14	0,8652	0,2877
0,3	0,193	0,251	0,576	0,251	1,25	0,4	0,42	0,14	0,8207	0,2729
0,3	0,193	0,251	0,576	0,251	1	1	0,33	0,33	0,8270	0,2757
0,5	0,140	0,211	0,526	0,210	1	1	0,33	0,33	0,7368	0,2456
1	0,071	0,143	0,429	0,143	1	1	0,33	0,33	0,5715	0,1905
5	0,004	0,023	0,163	0,023	1	1	0,33	0,33	0,1861	0,0620
∞	0	0	0	0	1	1	0,33	0,33	0	0

Riferimenti bibliografici

- von Böhm-Bawerk, E., 1957 [1921], *Teoria positiva del capitale e excursus*, (trad. della IV ed. a cura di T. Bagiotti), Utet, Torino.
- Clark, J.B., 1965 [1899], *The distribution of wealth*, Kelley, New York.
- Cohen, A.J. and G.C. Harcourt, 2003, Retrospectives: Whatever happened to the Cambridge capital theory?, *Journal of Economic Perspectives*, 17, 199-214.
- Debeu, G., 1959, *Theory of value, An axiomatic analysis of economic equilibrium*, Wiley, New York.
- Felipe, J. and F.M. Fisher, 2003, Aggregation in production functions: what applied economists should know, *Metroeconomica*, 54, 208-62.

- Garegnani, P., 1970, Heterogeneous capital, the production function and the theory of distribution, *Review of Economic Studies*, 37, 407-36.
- Harcourt, G.C., 1969, Some Cambridge controversies in the theory of capital, *Journal of Economic Literature*, 7, 369-405.
- Montesano, A. 1970 e 1971, Il sistema teorico dell'equilibrio economico generale e la coerenza della teoria walrasiana della capitalizzazione, *Giornale degli Economisti*, NS, 29, 704-45 e 30, 427-467.
- Montesano, A., 1974, The logical consistency of the aggregate neoclassical analysis of production, *Rendiconti del Comitato Veneto per il potenziamento degli studi economici e per la programmazione*, 8, 1-110.
- Pareto V., 2006 [1906], *Manuale di Economia Politica*, edizione critica a cura di A. Montesano, A. Zanni e L. Bruni, Università Bocconi Editore, Milano.
- Pasinetti, L.L., 1966, Changes in the rate of profit and switches of techniques, *Quarterly Journal of Economics*, 80, 503-17.
- Pasinetti, L.L., 2000, Critique of the neoclassical theory of growth and distribution, *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 53, 383-431.
- Robinson, J., 1953-54, The production function and the theory of capital, *Review of Economic Studies*, 21, 81-106.
- Solow, R.M., 1956, A contribution to the theory of economic growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.
- Solow, R.M., 2000, The neoclassical theory of growth and distribution, *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 53, 349-81.
- Walras, L, 1974 [1900], *Elementi di economia politica pura*, (trad. della IV ed. a cura di A. Bagliotti), Utet, Torino.

Riassunto

Viene ricordata la critica sviluppata a Cambridge (UK) nei riguardi della teoria neoclassica, in cui economisti italiani hanno avuto un ruolo rilevante. La teoria neoclassica viene difesa ponendone in evidenza gli elementi fondamentali e la struttura logica. Inoltre, da un lato, nella teoria neoclassica, al contrario che nella teoria classica, come già indicato da Pareto, il capitale non è un riferimento categorico. Dall'altro lato, anche quando si discute di beni capitali, le relazioni che la teoria neoclassica introduce sono del tutto coerenti per le situazioni cui la teoria viene applicata. Il problema nasce quando si inserisce la nozione di capitale aggregato in situazioni in cui le condizioni di aggregazione non sono soddisfatte. Le critiche sollevate dagli studiosi postkeynesiani riguardano propriamente l'impiego di analisi aggregate in casi in cui queste non sono logicamente possibili, non la teoria neoclassica della produzione, che non è fondata per nulla su ipotesi che richiedono analisi aggregate.

Qualche critica costruttiva sul post-Keynesismo in Italia: a proposito della *General Theory*

PierCarlo Nicola

1 Premessa

Come é accaduto piú o meno ovunque, salvo forse l'Inghilterra, anche in Italia l'opus magnum di Keynes ha avuto grandi estimatori (per esempio Caffé e di Fenizio) e detrattori garbatamente decisi (come Luigi Einaudi).¹ Per spiegare questa varietà di atteggiamenti, esemplare mi sembra la confessione di Luigi Pasinetti (2007), un grande sostenitore di Keynes, che nella prefazione (pag.xvii del suo ultimo libro) afferma:

“Perhaps in the urgency of publication, Keynes neglected some important pillars at the very foundational level”.

In effetti, partendo dalla formulazione matematica proposta da Modigliani nel 1944, si nota, per esempio, l'assenza di una funzione di produzione che esprime la produzione aggregata in funzione del capitale e del lavoro applicati. Ci si può infatti chiedere, nel caso il lavoro sia parzialmente disoccupato, se l'avvio di lavori pubblici per alleviare la disoccupazione possa essere assistito da una adeguata quantità di capitale, oppure se una sostanziale quota del capitale totale a disposizione dell'economia, per carenza nella quantità disponibile dello stesso capitale, debba essere dirottata dalla produzione di beni privati alla produzione di beni pubblici quali le infrastrutture, generando così un antagonismo fra il capitale impiegato per produrre beni privati e capitale destinato alla produzione di beni pubblici.

Gli aspetti piú innovativi contenuti nell'opus magnum di Keynes (sui quali si intende offrire qualche riflessione) sono probabilmente i seguenti:

- ◇ la preferenza per la liquidità;
- ◇ l'efficienza marginale dell'investimento;
- ◇ la propensione al risparmio;
- ◇ l'equilibrio con disoccupazione della forza lavoro.

¹ In quanto prevalentemente studioso di teoria dell'equilibrio generale, l'estensore di queste note deve necessariamente limitarsi alla *General Theory*, appresa nei suoi fondamenti all'epoca degli studi come research student alla London School of Economics, nell'anno accademico 1962-63.

Poiché nel volume di Keynes manca il proposito esplicito di integrare e presentare formalmente le caratteristiche sopra richiamate, conviene fondare queste riflessioni partendo dalla formulazione analitica proposta da Modigliani (1944), dopo avere ricordato succintamente come hanno accolto la *General Theory* alcuni fra i principali economisti italiani attivi nel quarto di secolo successivo alla seconda guerra mondiale.

2 Alla scoperta (italiana) di Keynes

Questa sezione per molti aspetti deve rimandare al volume edito da Bini (1984), che offre un panorama piuttosto vasto e articolato su come gli economisti italiani hanno accolto il trattato maggiore di Keynes. In queste note mi limiterò a richiamare, talvolta avvalendomi anche delle informazioni tratte da quel volume, la posizione sostenuta da qualcuno fra i maggiori economisti italiani del dopoguerra. In particolare, desidero qui ricordare Bresciani Turrone, Vito, Demaria e di Fenizio, in quanto attivi nelle Università milanesi (e pavese) all'epoca dei miei anni accademici vissuti come studente della Facoltà di Economia e Commercio dell'Università Cattolica.

Dai testi delle lezioni universitarie degli Autori sopra indicati, più che dai loro scritti specifici, emerge come ciascuno di loro ha recepito (e trasmesso) il messaggio lanciato da Keynes. Mi sembra infatti che comunicare a giovani studenti il proprio pensiero sia il modo più sincero e genuino che uno studioso ha per valutare e trasmettere i contributi di un altro economista accademico.

2.1 Costantino Bresciani Turrone

Negli anni cinquanta del secolo scorso Bresciani Turrone è il caposcuola degli economisti attivi nell'Università degli Studi di Milano. Il suo pensiero su Keynes è bene espresso nei due volumi del suo *Corso di Economia Politica*. Probabilmente, almeno rispetto agli altri economisti di questo gruppo, egli, forse un poco affrettatamente, si mostra decisamente critico verso l'intera opera di Keynes. Lo si evince chiaramente da quanto afferma (1960, p.61):

“in complesso non credo che dalle opere di Keynes sia sbocciata quella <<nuova economia>> che è l'aspirazione di tanti spiriti inquieti.”
e ancora:

“Gli economisti italiani avevano sempre considerato le teorie keynesiane con spirito critico e i nuovi fatti danno loro ragione.”

È passato mezzo secolo da quando furono scritti questi giudizi, e credo che oggi anche Bresciani Turrone almeno in parte si ricrederebbe, tanto più che nel secondo volume del suo Corso di economia politica (1957, Cap.8, pp.463-494) tratta con una certa ampiezza della *General Theory*. Preliminarmente Bresciani Turrone afferma (p.470) che Keynes pone l'accento sul breve periodo, e che secondo l'autore inglese “fenomeno dominante della vita di un popolo è il volume dell'*investimento*.” E aggiunge: “Secondo la teoria del <<moltiplicatore>> il risparmio è la conseguenza dell'investimento ...”; e ancora (p.473): “Le concezioni keynesiane sulle relazioni tra investimento, risparmio, spese pubbliche, crediti bancari e disoccupazione si riassumono nella <<teoria del moltiplicatore>> ...”. A riaffermare l'importanza che Bresciani Turrone assegna al moltiplicatore egli si addentra (pp.474-475) in una presentazione dettagliata, corredata da un esempio numerico, della formula $S = I \frac{1}{1-k}$, dove S indica la spesa complessiva, I la spesa effettuata originariamente dallo Stato, e k è la percentuale dell'entrata che viene ogni volta spesa.

Sostiene Bresciani Turrone (p.477): “Alla teoria del moltiplicatore la scuola keynesiana attribuisce grandissima importanza, ...”; e poco oltre: “A me e a numerosi altri economisti italiani sembra che l'importanza del <<moltiplicatore>> sia stata molto esagerata. Aggiunge infine (p.477): “Troppo spesso i fautori delle teorie keynesiane dimenticano le condizioni del tutto speciali alle quali la loro validità è subordinata.”

Almeno da queste affermazioni piuttosto perentorie sembra di poter dire che, tra tutti gli economisti italiani ricordati in questa sezione, Bresciani Turrone sia il più critico nei confronti di Keynes. Tuttavia alla conclusione del capitolo (p.494), Bresciani Turrone afferma: “Credo che debba essere accettato, invece, il giudizio obiettivo del nostro keynesiano DI FENIZIO, che rivendica al Keynes il merito di avere gettato luce e promosso discussioni su problemi che l'economia classica aveva lasciati nell'ombra.”

2.2 Giovanni Demaria

Sempre con riferimento agli anni cinquanta del secolo passato, Demaria rappresenta la figura preminente tra gli economisti attivi nell'Università

Bocconi di Milano. I suoi volumi, scritti per i corsi universitari da lui svolti e contenenti riferimenti a Keynes, sono numerosi. Pertanto in questa sede mi devo limitare a richiamare la sua puntuale testimonianza su Keynes (Demaria, 1984, pp.41-44).

Intanto va ricordato che Demaria, come pure Bresciani Turrone, accoglie la teoria Walrasiana dell'equilibrio generale, e quindi è portato a ritenere la *General Theory* fondata su "concezioni proprie di equilibrio economico particolare" (p.41). Ed aggiunge che "la cosiddetta generalizzazione keynesiana è troppo dominata dal fattore monetario ..." (p.41).

Demaria critica successivamente (p.42) quelle che ritiene essere le "... tre famose relazioni generali keynesiane." Esse sono: i) "l'investimento è generato dall'«interesse prospettivo»"; ii) "... il reddito dipende direttamente dal flusso del moltiplicatore degli investimenti."; iii) "la domanda di moneta ... è ... effettivamente condizionata in modo particolare solo dalla dimensione del reddito reale e dalla grandezza del saggio di interesse monetario, ...".

Anche la teoria Keynesiana dei cicli economici è messa in dubbio da Demaria, sempre per "... motivi di mancanza di generalità del pensiero keynesiano, ..." (p.43); per la stessa ragione egli critica senza mezzi termini l'impiego del moltiplicatore, fondata sul postulato (Keynesiano) di far dipendere la spesa in beni di consumo solo dalla propensione marginale a consumare (p.43).

Ma nonostante queste critiche Demaria è ben consapevole dell'importanza di Keynes; infatti conclude la sua testimonianza affermando che "... il posto dell'opera keynesiana nella storia del pensiero economico continuerà a essere sempre di primo ordine, ..." (p.44).

2.3 Francesco Vito

È il principale esponente, negli anni cinquanta del secolo trascorso, fra gli economisti attivi nella Università Cattolica di Milano. Il suo pensiero su Keynes è ben riassunto in Vito (1956, pp.257-261), dove afferma che "... si può riconoscere all'opera di Keynes il valore di un contributo importante, recato *indirettamente* al moto rinnovatore dell'economia politica." (p.261). Vito riconosce che Keynes introduce nell'analisi economica alcuni nuovi strumenti, quali l'efficienza marginale del capitale, la propensione al consumo, la preferenza per la liquidità; inoltre, sempre secondo Vito, Keynes assegna una grande im-

portanza al volume degli investimenti come strumento per determinare il livello dell'occupazione.

In verità, Vito si dimostra assai critico sulla nozione di propensione al consumo, e quindi sulla corrispondente propensione al risparmio. Secondo Vito il Keynes ha in mente il risparmio delle famiglie, per determinare il quale la nozione di propensione al consumo (e quindi al risparmio) é un utile strumento; ma Vito ritiene che una quota rilevante del risparmio provenga dall'autofinanziamento delle imprese, per le quali la nozione di propensione al risparmio non appare rilevante (Vito, 1954, p.168). Poiché per la piena occupazione del lavoro é importante l'equilibrio fra risparmio e investimento, Vito considera un punto debole della teoria Keynesiana la nozione di propensione al consumo. Si tratta naturalmente di una critica molto forte, visto che la propensione al consumo rappresenta uno dei pilastri della costruzione Keynesiana.

In quanto molto sensibile ai risvolti etico-sociali dell'economia, Vito non manca di affermare spesso che il problema della sotto-occupazione del lavoro é cruciale in ogni moderna economia, e quindi sottolinea positivamente il contributo di Keynes quando sostiene con decisione che le libere forze di mercato generalmente non bastano ad assicurare la piena occupazione del lavoro; a questo fine sono importanti gli interventi dello Stato.

Accanto a Vito non posso non ricordare, almeno incidentalmente, e sempre con riferimento agli anni cinquanta del secolo trascorso, il suo principale allievo e uno dei miei maestri, Siro Lombardini. Egli ha trattato la *General Theory* in modo chiaro ed approfondito nel suo testo del 1959 (capp.9 e 10), al quale rimando il lettore per restare fedele al proposito di ricordare in questa sede solo gli economisti caposcuola delle università lombarde negli anni cinquanta del secolo passato.

2.4 Ferdinando di Fenizio

Nell'Università di Pavia rappresenta l'economista piú in vista del periodo considerato. Possiamo qui limitarci a ricordare, dei suoi volumi che vanno sotto il titolo *Le leggi dell'economia*, alcuni ampi riferimenti a Keynes contenuti nel volume *Il sistema economico*, lezioni settima e nona. Nella "Lezione nona" di Fenizio manifesta piena sintonia col pensiero di Keynes; egli illustra ampiamente, attraverso una serie di diagrammi, le funzioni del consumo e del risparmio.

Questa lezione é dedicata alle teorie del ciclo economico, che ha sempre rappresentato una costante nel pensiero di di Fenizio. Per illustrare una importante causa degli impulsi ciclici di Fenizio parte dalla funzione Keynesiana del consumo linearizzata, e dalla corrispondente funzione del risparmio, per rappresentare l'equilibrio (con risparmi uguali agli investimenti) tramite il ben noto diagramma reddito-spesa.² Suppone poi che gli investimenti crescano autonomamente, generando uno squilibrio rispetto ai risparmi, e da qui prende avvio una fase ciclica.

La variazione autonoma negli investimenti serve poi all'autore per introdurre la nozione del moltiplicatore; egli si sofferma anche ad analizzare dettagliatamente gli aspetti dinamici del moltiplicatore, poiché variazioni in una grandezza economica richiedono del tempo prima di manifestare compiutamente la loro influenza su tutte le altre variabili.

Queste poche considerazioni non fanno certo piena luce sull'influenza che Keynes ha esercitato sul pensiero di di Fenizio; per qualche approfondimento al riguardo rimando al saggio di Lunghini e Targetti Lenti (2004).

3 Modigliani Keynesiano

Il primo economista di origine italiana a occuparsi in termini formalizzati dell'opus magnum di Keynes é Franco Modigliani. Per semplicitá della presentazione, conviene richiamare il fondamentale contributo di Modigliani (1944) nella forma proposta da Allen (1956). Le grandezze economiche contenute nel modello sono le seguenti: S indica la funzione del risparmio,³ I quella degli investimenti, L la domanda di liquiditá, M l'offerta di moneta, r il tasso di interesse, P l'indice dei prezzi, W il tasso di salario monetario, w il tasso di salario reale, Y la produzione aggregata monetaria, y la produzione aggregata in termini reali, n il lavoro occupato. In particolare, sono considerati assegnati M_0 , la quantitá di moneta in circolazione, e W_0 , il tasso di salario monetario minimo prefissato.

Si nota che fra queste grandezze il solo fattore produttivo contemplato é il lavoro, mentre il capitale é assente, o meglio dobbiamo pensare sia disponibile in quantitá adeguata. Inoltre non vi é traccia dell'offerta di lavoro, ma solo la domanda, n , é presente; si deve quindi

² di Fenizio (1966, pp.194-198).

³ Ovviamente con la condizione che il risparmio é sempre minore del reddito.

presumere che l'offerta sia non minore di n .

Le relazioni che formano il modello Keynesiano, elencate nell'ordine scelto da Allen (1956, p.19), sono le seguenti:

$$S(r, Y) = I(r, Y), \quad (1)$$

$$L(r, Y) = M_0, \quad (2)$$

$$y = f(n), \quad (3)$$

$$Y = Py, \quad (4)$$

$$W = Pw, \quad (5)$$

$$w = f'(n) \quad (6)$$

$$W - W_0 = Pg(n). \quad (7)$$

In queste relazioni, per comodità degli sviluppi successivi, f rappresenta la funzione di produzione, mentre g è una funzione data che indica il tasso di salario reale in funzione dell'occupazione; entrambe le funzioni si suppongono derivabili quanto occorre e strettamente crescenti. Inoltre esse soddisfano $f(0) = 0$ e, se l'occupazione non eccede un valore minimo prestabilito n_0 , si ha $g(n) = 0$.

Vale la pena di ricordare che le relazioni (1) e (2) definiscono il modello $IS - LM$ proposto da Hicks nel 1937. La relazione (1), ossia la cosiddetta IS , stabilisce una relazione inversa fra tasso di interesse e produzione aggregata, mentre la (2), ossia la LM , è funzione crescente di r e Y .⁴ Insieme, le (1) e (2), con la condizione $S(r, Y) < Y$ sempre, determinano univocamente il tasso di interesse e la produzione monetaria aggregata.⁵

La (3) rappresenta la produzione in termini reali, mentre la (4) definisce la produzione aggregata in termini monetari, e la (5) definisce il tasso di salario monetario. La condizione (6) è ottenuta dalla massimizzazione del profitto, π , rappresentato da $\pi = f(n) - wn$.⁶ Infine,

⁴ Modigliani (1944) elabora dettagliate spiegazioni sul comportamento di queste funzioni.

⁵ In un certo senso, si potrebbe sostenere che le (1) e (2) rappresentano una parziale versione semplificata del pensiero di Keynes, non solo grazie ad Hicks, ma anche come emerge dalla indiscussa autorevolezza di Samuelson (1947, pp.276-278, formule (56)-(58)).

⁶ Perché il profitto sia massimo occorre naturalmente che sia $f''(n) < 0$, ossia la produzione deve avvenire con rendimenti di scala decrescenti.

la (7) determina il tasso di salario monetario, per ipotesi mai minore di W_0 , come funzione crescente della funzione inversa dell'offerta di lavoro, $g(n)$; é questa relazione che qualifica come Keynesiano il modello formato dalle precedenti relazioni (Modigliani, 1944, p.47).

Una volta determinati r e Y , dalla (7) riscritta $w - w_0 = g(n)$ si ottiene, impiegando la (6), $f'(n) = w_0 + g(n)$. Considerando f' decrescente e g crescente si ottiene un unico valore di n ; impiegando la (6) si ricava quindi w , mentre dalla (3) si ottiene y . Per il tramite ora della (4) si ricava P e finalmente dalla (7) si ottiene il salario monetario W . Dunque il sistema Keynesiano nella forma proposta da Modigliani ha un'unica soluzione.

Nel sistema precedente non figurano esplicitamente i consumi, C ; poiché deve comunque essere valida la identità $Y \equiv C + S$, possiamo scrivere direttamente

$$C = C(r, Y) = Y - S(r, Y) = Y - I(r, Y), \quad (8)$$

che esprime i consumi in funzione sia di r che di Y .⁷ Naturalmente occorre supporre che si abbia sempre $S(r, Y) < Y$, ossia che i risparmi (delle famiglie) siano sempre minori del reddito. Questa condizione richiama espressamente il moltiplicatore Keynesiano,⁸ che secondo la precedente relazione (8) diventa funzione di r . Infatti, ricordando la condizione $S(r, Y) < Y$, un modo semplice e diretto di esprimere la funzione del consumo é supporre che la propensione al consumo, γ , dipenda da r e di porre $C(r, Y) = \gamma(r)Y$, con $0 < \gamma(r) < 1$.⁹ Dalla (8) otteniamo ora

$$Y = \frac{1}{1 - \gamma(r)} I(r, Y).$$

Sebbene Allen (1956, p.38) qualifichi il modello di Modigliani come un modello di equilibrio generale, le relazioni che lo compongono non contengono alcuna condizione specifica sulla domanda di lavoro, quindi sull'equilibrio o meno fra domanda e offerta, e dunque sulla eventuale disoccupazione presente nell'economia. Inoltre il modello non contiene

⁷ Resta da vedere come i consumi si determinano; per esempio, si può pensare che i consumi siano uguali ai salari, supponendo che i lavoratori consumino tutti i loro redditi e i capitalisti risparmino interamente i profitti.

⁸ Il moltiplicatore fu in realtà introdotto da Kahn.

⁹ Se r può interpretarsi come remunerazione perché gli agenti rinuncino a tenere moneta in forma liquida, si può senz'altro supporre che la propensione al consumo sia funzione decrescente di r .

alcun legame fra il consumo e i redditi da lavoro. Di questo, e di altro, ci occuperemo in pagine successive.

4 Modigliani rivisitato

Alle grandezze considerate nella precedente sezione aggiungiamo ora il capitale, k in termini reali e $K = Pk$ in termini monetari. Possiamo ora riscrivere la funzione di produzione

$$y = f(n, k), \quad (9)$$

in sostituzione della (3), con l'ipotesi che le derivate parziali prime di f sono entrambe positive, e ritenere che k sia determinato dalla relazione

$$f'_k(n, k) = r, \quad (10)$$

ottenuto dalla massimizzazione del profitto, $\pi = f(n, k) - wn - rk$, espresso in termini reali.

La relazione (10) si potrebbe interpretare come espressione del principio Keynesiano dell'efficienza marginale del capitale, poiché uguaglia la produttività marginale monetaria del capitale al tasso di interesse.¹⁰

Poiché r ed n sono già stati determinati, l'equazione (10) permette di calcolare univocamente il valore che il capitale deve assumere in equilibrio, sotto l'usuale ipotesi che f'_k è funzione strettamente decrescente di k .

Naturalmente a questo punto il problema si sposta in un ambito dinamico, in quanto il capitale corrente è il risultato di numerosi atti

¹⁰ Per amore di verità, Keynes (1936, pp.135-136) ha una nozione diversa di efficienza marginale del capitale. Nelle notazioni da lui scelte, sia Q_1, Q_2, \dots, Q_n la successione delle annualità (in termini monetari) che un investitore otterrà dall'acquisto di una attività (di capitale) il cui prezzo è p . L'efficienza marginale del capitale in questione è il tasso di sconto, ρ , che rende il valore attuale della successione delle annualità uguale al prezzo pagato. Si ottiene quindi

$$p = \frac{Q_1}{1 + \rho} + \frac{Q_2}{(1 + \rho)^2} + \dots + \frac{Q_n}{(1 + \rho)^n}.$$

Supponendo tutte le Q_i positive, il secondo membro è funzione derivabile e decrescente di ρ ; tende a $+\infty$ per ρ tendente a -1 e tende a 0 per ρ tendente a $+\infty$. Esiste quindi un unico valore di ρ che soddisfa la precedente relazione. In ogni caso, ρ rappresenta un tasso di interesse, e in condizioni di equilibrio allocativo può ritenersi uguale ad r , come sostiene anche Modigliani (1944, p.72).

di investimento compiuti in passato, e allo stesso tempo concorre a determinare l'evoluzione futura dell'economia. Occorre dunque ripensare il modello Keynesiano di Modigliani in termini dinamici. Un primo punto da considerare é se sia opportuno trattare il tempo come variabile continua oppure discreta, senza dimenticare che ogni modello espresso in tempo continuo può sempre essere trasformato in uno a tempo discreto, e viceversa. Il fatto é che spesso si sostiene che i modelli dinamici a tempo discreto generano equazioni alle differenze finite che talvolta introducono traiettorie spurie e complesse, estranee alle formulazioni in tempo continuo. Ma certi ritardi temporali, per esempio nella produzione e nella spesa del reddito, sono resi in modo piú chiaro e comprensibile quando il tempo é pensato come successione di periodi di uguale durata.¹¹

5 Keynes dinamico in tempo continuo

Conviene ora arricchire il modello della precedente sezione, riformulandolo in un contesto dinamico a tempo continuo. Per comodità di notazione, la funzione di produzione f si suppone tenga già conto dell'obsolescenza del capitale, mentre i rappresenta l'investimento reale, ossia $i = I/P$. L'equazione fondamentale del modello dinamico esprime la variazione temporale del capitale fisico, \dot{k} , in funzione degli investimenti. Dall'identità $c(t) + i(t) = y(t)$ e da $\dot{k} = i(t)$ otteniamo

$$\dot{k} = f[n(t), k(t)] - c(t). \quad (11)$$

Impiegando ancora la formula della sezione precedente, ossia $c(t) = \gamma(r)y(t)$, dalla (11) si ricava

$$\dot{k} = [1 - \gamma(r)]f[n(t), k(t)], \quad (12)$$

dove possiamo supporre che r sia stato determinato tramite il modello Hicksiano $IS - LM$, che rappresenta la parte statica del presente modello. Naturalmente, con r resta determinata anche la produzione monetaria aggregata, $Y(t)$.

L'equazione (12) deve essere affiancata dalla legge di movimento della forza lavoro, n , che secondo tradizione possiamo supporre essere

¹¹ In effetti, la versione dinamica proposta da Modigliani é formulata con tempo discreto.

una percentuale temporalmente costante della popolazione e tale da soddisfare l'equazione

$$\dot{n} = \nu n(t), \quad (13)$$

dove ν , generalmente una costante positiva assegnata esogenamente, indica il tasso di variazione della popolazione (e quindi della forza lavoro).

Le equazioni differenziali (12) e (13) formano un sistema che, a parte la propensione al consumo ora dipendente da r , é in tutto analogo al sistema che rappresenta il modello neoclassico di Solow-Swan, la cui analisi é ben nota quando si suppone che f manifesti rendimenti di scala costanti. In particolare, in assenza di affermazioni contrarie, il modello contempla la piena occupazione sia del lavoro che del capitale, mentre uno dei caposaldi dell'analisi di Keynes é lo studio della disoccupazione del lavoro e dei possibili rimedi.

Quando f manifesta rendimenti di scala costanti, é ben noto che si può ridurre il precedente sistema ad un'unica equazione differenziale, ottenuta ponendo $x = k/n$, dove x rappresenta il capitale pro-capite. Infatti si ottiene $\dot{x} = \dot{k}/n - x\dot{n}/n = \dot{k}/n - \nu x$, mentre si può scrivere $f(n, k) = nf(k/n, 1) = nf^*(x)$. Da queste due relazioni, impiegate nella (12) si ottiene

$$\dot{x}(t) = [1 - \gamma(r)]f^*[x(t)] - \nu x(t). \quad (14)$$

Poiché r é assegnato, e indipendente dal tempo, sotto le ipotesi anzidette esiste un'unica soluzione stazionaria e positiva della (14), che si può interpretare come punto fisso della funzione $x \mapsto \frac{1-\gamma(r)}{\nu} f^*(x)$.

Ma per ottenere una visione sufficientemente generale di questo modello dinamico Keynesiano occorre ancora precisare la destinazione dei redditi da lavoro e dei redditi da capitale. Tutto ciò necessariamente richiede di riconsiderare, nei due prossimi sottoparagrafi, le due funzioni del risparmio e dell'investimento.

5.1 Analisi classica

Si può supporre, per semplicitá, che i consumi siano interamente finanziati con i redditi da lavoro, mentre gli investimenti sono finanziati con i profitti e la remunerazione per il capitale anticipato. In questa eventualitá abbiamo, in termini reali, $c(t) = w(t)n(t)$ e $i(t) = \pi(t) +$

$rk(t) = y(t) - w(t)n(t) = y(t) - c(t)$. Queste relazioni soddisfano automaticamente l'identità $y(t) \equiv c(t) + i(t)$, dove $rk(t)$, come é stato appena detto, si può interpretare come la quota di reddito che va ai capitalisti per ricompensarli del fatto che essi anticipano i mezzi di produzione. I capitalisti si appropriano inoltre dei profitti, in quanto sono essi che esercitano direttamente l'attività produttiva. Se i capitalisti non consumano ma investono interamente i loro redditi abbiamo $i(t) = \pi(t) + rk(t)$.¹²

Resta da determinare soltanto il livello dei prezzi, $P(t)$. A tal fine possiamo immaginare data la quantità totale di moneta, M_0 , impiegata a scopo di transazione sia dai lavoratori che dai capitalisti, ed inoltre possiamo considerare assegnati (dalle abitudini di spesa degli agenti economici e dalla frazione di reddito oggetto di transazioni) due coefficienti positivi, v_n e v_i , tali che

$$M_n(t) = v_n P(t) w(t) n(t) = v_n W(t) n(t)$$

rappresenta la moneta domandata dai lavoratori, mentre

$$M_i(t) = v_i r(t) P(t) k(t) = v_i r(t) K(t)$$

rappresenta la moneta domandata dai capitalisti che, ceteris paribus, dipende anche dal tasso di interesse.¹³ Con queste posizioni il livello dei prezzi, $P(t)$, é determinato dalla condizione

$$M_0 = M_n(t) + M_i(t) = P(t)[v_n w(t) n(t) + v_i r(t) k(t)]. \quad (15)$$

L'equazione (15) completa l'analisi di tipo classico, e getta uno spiraglio sull'apparato $IS-LM$ di Hicks. Poiché la domanda di moneta dipende anche da r , la moneta non é piú un semplice velo, come nei modelli di equilibrio generale.¹⁴

5.2 Analisi Keynesiana

Veniamo dunque alla caratteristica piú propriamente Keynesiana: come legare le grandezze considerate nella versione classica alle relazioni (1)

¹² Conviene ricordare che se f é positivamente omogenea di primo grado allora si ha $\pi(t) = 0$, mentre i profitti diventano positivi solo quando i rendimenti di scala sono decrescenti.

¹³ In equilibrio tasso di profitto e tasso di interesse sono fra loro uguali.

¹⁴ Quando la includono.

e (2) di Hicks,¹⁵ recepite dal modello proposto da Modigliani. Il modo piú semplice sembra essere quello di considerare direttamente la domanda di moneta composta da tre parti: la domanda di moneta a scopo di transazione, la domanda a scopo di speculazione, e la domanda a scopo di investimento. Il primo tipo di domanda dipende principalmente dall'indice dei prezzi, P , e dal reddito reale, y , mentre il secondo tipo dipende principalmente dal tasso di interesse, r , e il terzo tipo dipende soprattutto dal reddito reale, y . Possiamo quindi esprimere la domanda totale di moneta, L , con la funzione $L = L(P, r, y)$. Assegnata l'offerta di moneta, M_0 , costante nel tempo, possiamo scrivere

$$\frac{dP}{dt} = \alpha[L(P, r, y) - M_0], \quad (16)$$

con α parametro positivo, ossia: il livello dei prezzi aumenta quando la domanda di moneta é maggiore dell'offerta. Questa equazione rappresenta in ambito dinamico l'analogo della funzione LM di Hicks.¹⁶

Per quanto riguarda i risparmi, S , e gli investimenti, I , i primi sono frutto soprattutto dei sacrifici delle famiglie e i secondi sono decisi essenzialmente dalle prospettive di profitto delle imprese; in ambito dinamico possiamo scrivere

$$\frac{dY}{dt} = \beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)], \quad (17)$$

con $\beta > 0$, ossia il reddito monetario cresce quando gli investimenti superano il risparmio. L'equazione (17) é l'analogo dinamico della relazione Hicksiana IS . Nelle relazioni (16) e (17) si sono tenute separate le variabili P e y , anziché considerare direttamente il loro prodotto, $Py = Y$, per includere la possibilità che si possa verificare nell'economia una influenza separata dell'indice dei prezzi e del reddito reale.

Le equazioni (16) e (17) completano il modello. Occorre notare che nella (17) abbiamo $\frac{dY}{dt} = \frac{d(Py)}{dt} = \dot{P}y + P\dot{y}$. Possiamo quindi combinare

¹⁵ Assumendo che queste relazioni rappresentino adeguatamente il pensiero del Keynes della *General Theory*.

¹⁶ Si potrebbe anche sostenere che nella (16) la grandezza determinata dalla differenza fra domanda e offerta di moneta sia invece $\frac{dr}{dt}$, ovviamente con una velocità di adattamento, α' , molto minore di α . Si potrebbe anche scrivere una ulteriore equazione, $dr/dt = \alpha'[L(P, r, y) - M_0]$, ottenendo un sistema di tre equazioni differenziali formato da questa ulteriore equazione e dalle (16) e (17).

le due equazioni differenziali (16)-(17) e scrivere:

$$\beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)] = \alpha[L(P, r, y) - M_0]y + P\dot{y} \quad (18)$$

per ottenere un'unica equazione differenziale che esprime la variazione temporale nel reddito reale, \dot{y} :

$$\dot{y} = \{\beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)] - \alpha[L(P, r, y) - M_0]y\}/P. \quad (19)$$

Lo stato stazionario, come appare immediatamente da questa equazione, si ottiene quando si annulla il numeratore del secondo membro, o in particolare quando simultaneamente si ha $I = S$ e $L = M_0$.¹⁷ L'equazione segnala inoltre che, *ceteris paribus*, il reddito reale tende ad aumentare quando gli investimenti superano il risparmio, oppure quando la domanda di liquidità é minore dell'offerta di moneta.

6 Pasinetti Keynesiano

Conviene a questo punto soffermarsi brevemente sulla parte terza del recente libro di Luigi Pasinetti (2007), grande estimatore di Keynes ma proponente un proprio percorso originale,¹⁸ che ha temporalmente inizio verso la metà degli anni sessanta del secolo scorso. In realtà Pasinetti, piú che proseguire nelle ricerche iniziate da Keynes (che insisteva sulle economie monetarie di produzione), fa proprio, e lo sviluppa, il motivo di fondo di Keynes secondo cui occorre abbandonare i neoclassici per ritornare ai classici.

Uno dei propositi di Pasinetti é formulare un modello dinamico multisettoriale in grado di soddisfare gli elementi essenziali del pensiero Keynesiano. Ciò che piú preme a Pasinetti (2007, p.250) é scostarsi il piú possibile dalla tradizione neo-classica, fondata sull'equilibrio generale e in particolare sulla determinazione dei prezzi basata sullo scambio dei beni in condizioni di scarsità nelle risorse disponibili,¹⁹ per privilegiare il ritorno ai classici attraverso l'introduzione degli aspetti connessi alla produzione dei beni e al cambiamento tecnico.²⁰ Mentre nella teoria dell'equilibrio generale vi sono solo prezzi di mercato (sono i prezzi

¹⁷ La stazionarietà di $P(t)$ richiede che sia $L = M_0$, e quindi $y(t)$ diventa stazionaria quando é $I = S$.

¹⁸ Vicino all'insegnamento di Sraffa (1960).

¹⁹ Nella concezione di Pasinetti l'equilibrio generale ha natura essenzialmente statica.

²⁰ Dove prevalgono invece gli aspetti dinamici.

in grado di equilibrare domanda e offerta di ogni bene), il ritorno ai classici permette di introdurre i prezzi naturali, che scaturiscono interamente dalla struttura produttiva dell'economia, che Pasinetti rappresenta per mezzo dello schema delle interdipendenze settoriali proposto da Leontief, arricchito con il progresso tecnico e con la domanda finale di beni. Si può forse sostenere, ma non so se Pasinetti sarebbe pienamente d'accordo, che la sua teoria dinamica è in grado di coniugare la macroeconomia Keynesiana con la microeconomia Walrasiano-Paretiana fondata sull'equilibrio generale.

Nella teoria dinamica di Pasinetti, espressa in tempo continuo, sono presenti molti degli elementi più importanti che caratterizzano un'economia dinamica: i mutamenti nei coefficienti di lavoro, l'evoluzione nel tempo dei coefficienti di consumo, la crescita della popolazione, la dinamica strutturale. Tutto questo dimostra quanto Pasinetti si sia adoperato, nel corso di più di quattro decenni, per fondare una originale teoria dinamica multisetoriale imperniata sui prezzi naturali, quindi con un pieno ritorno ai classici visti in una rigorosa ottica contemporanea.

7 Quando i prezzi di mercato sono anche prezzi naturali

Nella teoria di Pasinetti poco sopra richiamata i prezzi sono prezzi naturali; possono questi prezzi diventare anche prezzi di mercato? Una risposta positiva è contenuta in un modello proposto da Lombardini e Nicola (1975), qui ripreso nella forma semplificata di Nicola (1976). Il modello è impostato in tempo discreto per esprimere una crescita regolare, dove le quantità di tutti i beni crescono alla stessa velocità per periodo, $\alpha - 1$, che è anche la velocità di crescita della forza lavoro,²¹ mentre tutti i prezzi, ossia il tasso di salario, w , il tasso di profitto, r , e il vettore dei prezzi degli n beni prodotti, $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, sono costanti nel tempo.

La struttura produttiva è quella del tradizionale modello di Leontief, dove ogni bene può essere prodotto da un solo processo produttivo a rendimenti di scala costanti; $A = (a_{ij})$ rappresenta la matrice quadrata non negativa dei coefficienti tecnici diretti, mentre $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ è il vettore positivo delle quantità di lavoro direttamente impiegate per produrre un'unità dei vari beni. Posto che il lavoro sia

²¹ Quindi il valore di α è assegnato esogenamente.

remunerato posticipatamente e che A sia produttiva, e quindi soddisfacente la condizione che il suo autovalore massimo λ^* sia minore dell'unit , i prezzi naturali sono soluzione della seguente equazione:

$$(1 + r)pA + wq = p. \quad (20)$$

Normalizzando la somma dei prezzi all'unit ,²² con qualche passaggio elementare da questa relazione si ottiene

$$w = \frac{1}{q[I - (1 + r)A]^{-1}s}, \quad (21)$$

dove $s = (1, 1, \dots, 1)$ rappresenta il vettore somma.   facile verificare che per r soddisfacente le condizioni $0 < 1 + r < 1/\lambda^*$ la (17) stabilisce una relazione inversa fra tasso di salario e tasso di profitto, come aveva stabilito Sraffa (1960). Come si vede, tutti i prezzi e le variabili distributive sono interamente determinati dalla struttura produttiva dell'economia; essi quindi sono prezzi naturali.

Sia ora $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ il vettore dei consumi finali e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ il vettore delle produzioni settoriali. Se tutte le quantit  crescono secondo il fattore α , con $\alpha < 1/\lambda^*$, per periodo abbiamo

$$\alpha(Ax + c) = x. \quad (22)$$

Dalla (18) otteniamo

$$x = (I - \alpha A)^{-1}c; \quad (23)$$

inoltre, se L rappresenta la quantit  totale di lavoro disponibile, deve essere soddisfatta la condizione

$$q \cdot x \leq L. \quad (24)$$

Ma come rendere endogeni i consumi finali? Qui pu  venire in soccorso la teoria Walrasiana, che consente di esprimere i consumi finali in funzione di p, r, w , dove le variabili distributive r, w soddisfano la (17), e del vettore x delle produzioni settoriali. Sia infatti fissato α in modo da verificare $\alpha < 1 + r$, e supponiamo che i lavoratori consumino interamente i loro redditi, mentre i capitalisti investono la frazione $\alpha - 1$ dei loro redditi, necessaria per consentire al sistema di crescere alla velocit 

²² Alternativamente, i prezzi possono essere normalizzati impiegando il vettore colonna positivo, x^* , associato all'autovalore massimo di A .

$\alpha - 1$, e consumano la restante frazione $r - (\alpha - 1)$. Complessivamente, i redditi spesi in consumi sono dati da $wq \cdot x + [r - (\alpha - 1)]pAx$, e la relazione di bilancio per l'insieme di tutti i consumatori é:

$$p \cdot c = wq \cdot x + [r - (\alpha - 1)]pAx. \quad (25)$$

Pensando i consumi come determinati dagli agenti in modo da massimizzare le loro utilitá sotto i rispettivi vincolo di bilancio, di cui la relazione (25) ne rappresenta la somma, se le funzioni di utilitá individuali soddisfano le usuali ipotesi, e inoltre sono strettamente quasi concave, otteniamo la funzione di domanda totale

$$c = f(p, w, r; x). \quad (26)$$

Questa funzione, sostituita nella (19), consente di scrivere

$$x = (I - \alpha A)^{-1} f(p, w, r; x). \quad (27)$$

Poiché i valori di p, w, r sono noti, un'applicazione del teorema del punto fisso alla (23) permette di determinare anche x e quindi c .²³ Si accerta poi, tramite la (25), che é verificata la condizione di piena occupazione del lavoro, ossia $q \cdot x = L$. Quindi, in definitiva, nel presente contesto i prezzi naturali diventano anche prezzi di mercato, in quanto sono determinati nella sfera produttiva dell'economia e al contempo uguagliano, per ogni bene, la domanda e la corrispondente offerta.

Il punto critico della costruzione é che questa identificazione vale solo per produzioni a rendimenti di scala costanti, ma non vale piú quando i rendimenti di scala sono decrescenti. Comunque sia, il modello qui richiamato considera costanti nel tempo sia la matrice A che il vettore q ; ma si puó certamente seguire la strada proposta da Pasinetti (2007, pp.282-284) e considerare un progresso tecnico esogeno per mutare, di periodo in periodo, i coefficienti a_{ij} e q_j , nonché per accogliere cambiamenti nelle funzioni individuali di utilitá e quindi nelle funzioni di domanda finali, f . In questo caso cambia ovviamente, in funzione del tempo, la relazione (21) fra tasso di salario e tasso di profitto, ma la struttura del modello é mantenuta ed é possibile, periodo dopo periodo, determinare tutte le grandezze che esprimono l'equilibrio dell'economia.

²³ Per i dettagli si veda Nicola (1993), che opera nel contesto del piú generale modello di von Neumann.

8 Conclusioni

Con la sola eccezione dell'Inghilterra, probabilmente gli economisti italiani hanno, piú degli economisti di altri paesi, coltivato il terreno intellettuale che Keynes aveva incominciato a dissodare. Non vi é dubbio che la *General Theory* di Keynes, almeno secondo i criteri odierni, non possiede la generalitá e l'eleganza della teoria Walrasiana; ma forse possiamo addentrarci su un sentiero che consenta l'integrazione fra le due teorie, per esempio inserendo nell'analisi Walrasiana gli elementi fondamentali della costruzione Keynesiana (o viceversa) per quanto riguarda gli aspetti monetari e gli equilibri con sottooccupazione della forza lavoro. Oppure si potrebbe seguire la strada aperta da Pasinetti, cercando di rendere endogene alcune grandezze, come i mutamenti nei coefficienti di lavoro e l'evoluzione nel tempo dei coefficienti di consumo, da lui assunte come esogene, da completare inoltre con lo schema *IS – LM*.

Seguendo le orme innovative tracciate da Keynes é aperta una via importante, che vale la pena di percorrere anche se la strada sembra presentarsi piuttosto lunga e accidentata. Per gli studiosi del grande economista inglese, e per il progresso di tutta l'economia come scienza, si tratta senza alcun dubbio di un compito appassionante e fruttuoso.

Appendice

La crisi generata negli ultimi mesi del 2008, soprattutto negli Stati Uniti e nel Regno Unito, dalla disinvolta gestione dei numerosi strumenti cartacei messi a disposizione della economia dalla ingegneria finanziaria,²⁴ ha decimato l'economia reale nella maggior parte dei Paesi. Si auspica quindi, da piú parti, un massiccio ritorno a politiche Keynesiane anticicliche, per anni rimaste nell'ombra quando le economie dei principali Paesi registravano soddisfacenti e persistenti tassi di crescita del prodotto interno lordo.

Per l'economista teorico non vi é nulla di nuovo nel saliscendi dei tassi di crescita del PIL: le economie dei vari Paesi nel corso dei decenni hanno sempre registrato alti e bassi, in passato come nel presente e prevedibilmente come avverrá anche nel futuro. Ora si invoca

²⁴ Tutto questo porta a ricordare "L'Apprendista Stregone", celebre racconto di Goethe.

Keynes, che fra qualche anno sarà rimesso presumibilmente nell'ombra per ridare spazio al mercato (possibilmente sorvegliato dallo Stato, ossia con regole chiare, esaurienti e applicate da apposite autorità). Ma le proposte di impronta Keynesiana ritorneranno sempre, nel corso dei decenni, ad essere attuali.

Riferimenti

Allen, R. G. D. (1956), *Mathematical Economics*, Londra, Macmillan (II ed., 1958), pp.38-40.

Bini, P. (a cura di) (1984), Keynes in Italia e la trasmissione internazionale delle idee economiche, *Annali dell'Economia Italiana*, Istituto IPSOA, pp.97-133.

Bresciani Turrone, C. (1960), *Corso di economia politica*, volume primo, Milano, Giuffré (quarta edizione).

Bresciani Turrone, C. (1957), *Corso di economia politica*, volume secondo, Milano, Giuffré (terza edizione aggiornata).

Demaria, G. (1984), Testimonianza, in P. Bini (a cura di), cit., pp.41-44.

di Fenizio, F. (1966), *Le leggi dell'economia*, Milano, Editrice L'industria.

Einaudi, L. (1933), Il mio piano non é quello di Keynes, *Riforma Sociale*, marzo-aprile.

Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Londra, Macmillan.

Lombardini, S. (1959), *Appunti dalle lezioni di economia politica*, II. corso, volume terzo, Milano, La Goliardica.

Lombardini, S. e P. C. Nicola (1975), Income Distribution and Economic Development in Ricardian and Walrasian Models, in *Applications of Systems Theory to Economic Management and Technology*, Roma.

Lunghini, G. e R. Targetti Lenti (2004), Di Fenizio e l'economia politica di Keynes, in G. Garofalo e A. Graziani (a cura di) *La formazione degli economisti in Italia (1950-1975)*, Bologna, il Mulino.

Modigliani, F. (1944), Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money, *Econometrica*, vol.12, pp.45-88.

Nicola, P. C. (1976), *Lezioni di dinamica economica*, Bologna, il Mulino, pp.192-206.

Nicola, P. C. (1993), Existence of Solutions in a Dynamic General Equilibrium System: an Application of the Kakutani Fixed Point Theorem, in L. L. Pasinetti (a cura di), *Italian Economic Papers*, vol.II, Bologna, Il Mulino e Oxford, Oxford University Press, pp.107-117.

Pasinetti, L. L. (2007), *Keynes and the Cambridge Keynesians*, Cambridge, Cambridge University Press.

Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge (MA), Harvard University Press.

Sraffa, P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino, Einaudi.

Vito, F. (1956), *Introduzione all'economia politica*, Milano, Giuffr  (undicesima edizione).

Vito, F. (1954), *Le fluttuazioni cicliche*, Milano, Vita e Pensiero.

Qualche critica costruttiva sul post-Keynesismo in Italia: a proposito della *General Theory*

PierCarlo Nicola

1 Premessa

Come é accaduto piú o meno ovunque, salvo forse l'Inghilterra, anche in Italia l'opus magnum di Keynes ha avuto grandi estimatori (per esempio Caffé e di Fenizio) e detrattori garbatamente decisi (come Luigi Einaudi).¹ Per spiegare questa varietà di atteggiamenti, esemplare mi sembra la confessione di Luigi Pasinetti (2007), un grande sostenitore di Keynes, che nella prefazione (pag.xvii del suo ultimo libro) afferma:

“Perhaps in the urgency of publication, Keynes neglected some important pillars at the very foundational level”.

In effetti, partendo dalla formulazione matematica proposta da Modigliani nel 1944, si nota, per esempio, l'assenza di una funzione di produzione che esprime la produzione aggregata in funzione del capitale e del lavoro applicati. Ci si può infatti chiedere, nel caso il lavoro sia parzialmente disoccupato, se l'avvio di lavori pubblici per alleviare la disoccupazione possa essere assistito da una adeguata quantità di capitale, oppure se una sostanziale quota del capitale totale a disposizione dell'economia, per carenza nella quantità disponibile dello stesso capitale, debba essere dirottata dalla produzione di beni privati alla produzione di beni pubblici quali le infrastrutture, generando così un antagonismo fra il capitale impiegato per produrre beni privati e capitale destinato alla produzione di beni pubblici.

Gli aspetti piú innovativi contenuti nell'opus magnum di Keynes (sui quali si intende offrire qualche riflessione) sono probabilmente i seguenti:

- ◇ la preferenza per la liquidità;
- ◇ l'efficienza marginale dell'investimento;
- ◇ la propensione al risparmio;
- ◇ l'equilibrio con disoccupazione della forza lavoro.

¹ In quanto prevalentemente studioso di teoria dell'equilibrio generale, l'estensore di queste note deve necessariamente limitarsi alla *General Theory*, appresa nei suoi fondamenti all'epoca degli studi come research student alla London School of Economics, nell'anno accademico 1962-63.

Poiché nel volume di Keynes manca il proposito esplicito di integrare e presentare formalmente le caratteristiche sopra richiamate, conviene fondare queste riflessioni partendo dalla formulazione analitica proposta da Modigliani (1944), dopo avere ricordato succintamente come hanno accolto la *General Theory* alcuni fra i principali economisti italiani attivi nel quarto di secolo successivo alla seconda guerra mondiale.

2 Alla scoperta (italiana) di Keynes

Questa sezione per molti aspetti deve rimandare al volume edito da Bini (1984), che offre un panorama piuttosto vasto e articolato su come gli economisti italiani hanno accolto il trattato maggiore di Keynes. In queste note mi limiterò a richiamare, talvolta avvalendomi anche delle informazioni tratte da quel volume, la posizione sostenuta da qualcuno fra i maggiori economisti italiani del dopoguerra. In particolare, desidero qui ricordare Bresciani Turrone, Vito, Demaria e di Fenizio, in quanto attivi nelle Università milanesi (e pavese) all'epoca dei miei anni accademici vissuti come studente della Facoltà di Economia e Commercio dell'Università Cattolica.

Dai testi delle lezioni universitarie degli Autori sopra indicati, più che dai loro scritti specifici, emerge come ciascuno di loro ha recepito (e trasmesso) il messaggio lanciato da Keynes. Mi sembra infatti che comunicare a giovani studenti il proprio pensiero sia il modo più sincero e genuino che uno studioso ha per valutare e trasmettere i contributi di un altro economista accademico.

2.1 Costantino Bresciani Turrone

Negli anni cinquanta del secolo scorso Bresciani Turrone è il caposcuola degli economisti attivi nell'Università degli Studi di Milano. Il suo pensiero su Keynes è bene espresso nei due volumi del suo *Corso di Economia Politica*. Probabilmente, almeno rispetto agli altri economisti di questo gruppo, egli, forse un poco affrettatamente, si mostra decisamente critico verso l'intera opera di Keynes. Lo si evince chiaramente da quanto afferma (1960, p.61):

“in complesso non credo che dalle opere di Keynes sia sbocciata quella <<nuova economia>> che è l'aspirazione di tanti spiriti inquieti.”
e ancora:

“Gli economisti italiani avevano sempre considerato le teorie keynesiane con spirito critico e i nuovi fatti danno loro ragione.”

È passato mezzo secolo da quando furono scritti questi giudizi, e credo che oggi anche Bresciani Turrone almeno in parte si ricrederebbe, tanto più che nel secondo volume del suo Corso di economia politica (1957, Cap.8, pp.463-494) tratta con una certa ampiezza della *General Theory*. Preliminarmente Bresciani Turrone afferma (p.470) che Keynes pone l'accento sul breve periodo, e che secondo l'autore inglese “fenomeno dominante della vita di un popolo è il volume dell'*investimento*.” E aggiunge: “Secondo la teoria del <<moltiplicatore>> il risparmio è la conseguenza dell'investimento ...”; e ancora (p.473): “Le concezioni keynesiane sulle relazioni tra investimento, risparmio, spese pubbliche, crediti bancari e disoccupazione si riassumono nella <<teoria del moltiplicatore>> ...”. A riaffermare l'importanza che Bresciani Turrone assegna al moltiplicatore egli si addentra (pp.474-475) in una presentazione dettagliata, corredata da un esempio numerico, della formula $S = I \frac{1}{1-k}$, dove S indica la spesa complessiva, I la spesa effettuata originariamente dallo Stato, e k è la percentuale dell'entrata che viene ogni volta spesa.

Sostiene Bresciani Turrone (p.477): “Alla teoria del moltiplicatore la scuola keynesiana attribuisce grandissima importanza, ...”; e poco oltre: “A me e a numerosi altri economisti italiani sembra che l'importanza del <<moltiplicatore>> sia stata molto esagerata. Aggiunge infine (p.477): “Troppo spesso i fautori delle teorie keynesiane dimenticano le condizioni del tutto speciali alle quali la loro validità è subordinata.”

Almeno da queste affermazioni piuttosto perentorie sembra di poter dire che, tra tutti gli economisti italiani ricordati in questa sezione, Bresciani Turrone sia il più critico nei confronti di Keynes. Tuttavia alla conclusione del capitolo (p.494), Bresciani Turrone afferma: “Credo che debba essere accettato, invece, il giudizio obbiettivo del nostro keynesiano DI FENIZIO, che rivendica al Keynes il merito di avere gettato luce e promosso discussioni su problemi che l'economia classica aveva lasciati nell'ombra.”

2.2 Giovanni Demaria

Sempre con riferimento agli anni cinquanta del secolo passato, Demaria rappresenta la figura preminente tra gli economisti attivi nell'Università

Bocconi di Milano. I suoi volumi, scritti per i corsi universitari da lui svolti e contenenti riferimenti a Keynes, sono numerosi. Pertanto in questa sede mi devo limitare a richiamare la sua puntuale testimonianza su Keynes (Demaria, 1984, pp.41-44).

Intanto va ricordato che Demaria, come pure Bresciani Turrone, accoglie la teoria Walrasiana dell'equilibrio generale, e quindi é portato a ritenere la *General Theory* fondata su "concezioni proprie di equilibrio economico particolare" (p.41). Ed aggiunge che "la cosiddetta generalizzazione keynesiana é troppo dominata dal fattore monetario ..." (p.41).

Demaria critica successivamente (p.42) quelle che ritiene essere le "... tre famose relazioni generali keynesiane." Esse sono: i) "l'investimento é generato dall'«interesse prospettivo»"; ii) "... il reddito dipende direttamente dal flusso del moltiplicatore degli investimenti."; iii) "la domanda di moneta ... é ... effettivamente condizionata in modo particolare solo dalla dimensione del reddito reale e dalla grandezza del saggio di interesse monetario, ...".

Anche la teoria Keynesiana dei cicli economici é messa in dubbio da Demaria, sempre per "... motivi di mancanza di generalitá del pensiero keynesiano, ..." (p.43); per la stessa ragione egli critica senza mezzi termini l'impiego del moltiplicatore, fondata sul postulato (Keynesiano) di far dipendere la spesa in beni di consumo solo dalla propensione marginale a consumare (p.43).

Ma nonostante queste critiche Demaria é ben consapevole dell'importanza di Keynes; infatti conclude la sua testimonianza affermando che "... il posto dell'opera keynesiana nella storia del pensiero economico continuerá a essere sempre di primo ordine, ..." (p.44).

2.3 Francesco Vito

É il principale esponente, negli anni cinquanta del secolo trascorso, fra gli economisti attivi nella Università Cattolica di Milano. Il suo pensiero su Keynes é ben riassunto in Vito (1956, pp.257-261), dove afferma che "... si puó riconoscere all'opera di Keynes il valore di un contributo importante, recato *indirettamente* al moto rinnovatore dell'economia politica." (p.261). Vito riconosce che Keynes introduce nell'analisi economica alcuni nuovi strumenti, quali l'efficienza marginale del capitale, la propensione al consumo, la preferenza per la liquiditá; inoltre, sempre secondo Vito, Keynes assegna una grande im-

portanza al volume degli investimenti come strumento per determinare il livello dell'occupazione.

In verità, Vito si dimostra assai critico sulla nozione di propensione al consumo, e quindi sulla corrispondente propensione al risparmio. Secondo Vito il Keynes ha in mente il risparmio delle famiglie, per determinare il quale la nozione di propensione al consumo (e quindi al risparmio) é un utile strumento; ma Vito ritiene che una quota rilevante del risparmio provenga dall'autofinanziamento delle imprese, per le quali la nozione di propensione al risparmio non appare rilevante (Vito, 1954, p.168). Poiché per la piena occupazione del lavoro é importante l'equilibrio fra risparmio e investimento, Vito considera un punto debole della teoria Keynesiana la nozione di propensione al consumo. Si tratta naturalmente di una critica molto forte, visto che la propensione al consumo rappresenta uno dei pilastri della costruzione Keynesiana.

In quanto molto sensibile ai risvolti etico-sociali dell'economia, Vito non manca di affermare spesso che il problema della sotto-occupazione del lavoro é cruciale in ogni moderna economia, e quindi sottolinea positivamente il contributo di Keynes quando sostiene con decisione che le libere forze di mercato generalmente non bastano ad assicurare la piena occupazione del lavoro; a questo fine sono importanti gli interventi dello Stato.

Accanto a Vito non posso non ricordare, almeno incidentalmente, e sempre con riferimento agli anni cinquanta del secolo trascorso, il suo principale allievo e uno dei miei maestri, Siro Lombardini. Egli ha trattato la *General Theory* in modo chiaro ed approfondito nel suo testo del 1959 (capp.9 e 10), al quale rimando il lettore per restare fedele al proposito di ricordare in questa sede solo gli economisti caposcuola delle università lombarde negli anni cinquanta del secolo passato.

2.4 Ferdinando di Fenizio

Nell'Università di Pavia rappresenta l'economista piú in vista del periodo considerato. Possiamo qui limitarci a ricordare, dei suoi volumi che vanno sotto il titolo *Le leggi dell'economia*, alcuni ampi riferimenti a Keynes contenuti nel volume *Il sistema economico*, lezioni settima e nona. Nella "Lezione nona" di Fenizio manifesta piena sintonia col pensiero di Keynes; egli illustra ampiamente, attraverso una serie di diagrammi, le funzioni del consumo e del risparmio.

Questa lezione é dedicata alle teorie del ciclo economico, che ha sempre rappresentato una costante nel pensiero di di Fenizio. Per illustrare una importante causa degli impulsi ciclici di Fenizio parte dalla funzione Keynesiana del consumo linearizzata, e dalla corrispondente funzione del risparmio, per rappresentare l'equilibrio (con risparmi uguali agli investimenti) tramite il ben noto diagramma reddito-spesa.² Suppone poi che gli investimenti crescano autonomamente, generando uno squilibrio rispetto ai risparmi, e da qui prende avvio una fase ciclica.

La variazione autonoma negli investimenti serve poi all'autore per introdurre la nozione del moltiplicatore; egli si sofferma anche ad analizzare dettagliatamente gli aspetti dinamici del moltiplicatore, poiché variazioni in una grandezza economica richiedono del tempo prima di manifestare compiutamente la loro influenza su tutte le altre variabili.

Queste poche considerazioni non fanno certo piena luce sull'influenza che Keynes ha esercitato sul pensiero di di Fenizio; per qualche approfondimento al riguardo rimando al saggio di Lunghini e Targetti Lenti (2004).

3 Modigliani Keynesiano

Il primo economista di origine italiana a occuparsi in termini formalizzati dell'opus magnum di Keynes é Franco Modigliani. Per semplicitá della presentazione, conviene richiamare il fondamentale contributo di Modigliani (1944) nella forma proposta da Allen (1956). Le grandezze economiche contenute nel modello sono le seguenti: S indica la funzione del risparmio,³ I quella degli investimenti, L la domanda di liquiditá, M l'offerta di moneta, r il tasso di interesse, P l'indice dei prezzi, W il tasso di salario monetario, w il tasso di salario reale, Y la produzione aggregata monetaria, y la produzione aggregata in termini reali, n il lavoro occupato. In particolare, sono considerati assegnati M_0 , la quantitá di moneta in circolazione, e W_0 , il tasso di salario monetario minimo prefissato.

Si nota che fra queste grandezze il solo fattore produttivo contemplato é il lavoro, mentre il capitale é assente, o meglio dobbiamo pensare sia disponibile in quantitá adeguata. Inoltre non vi é traccia dell'offerta di lavoro, ma solo la domanda, n , é presente; si deve quindi

² di Fenizio (1966, pp.194-198).

³ Ovviamente con la condizione che il risparmio é sempre minore del reddito.

presumere che l'offerta sia non minore di n .

Le relazioni che formano il modello Keynesiano, elencate nell'ordine scelto da Allen (1956, p.19), sono le seguenti:

$$S(r, Y) = I(r, Y), \quad (1)$$

$$L(r, Y) = M_0, \quad (2)$$

$$y = f(n), \quad (3)$$

$$Y = Py, \quad (4)$$

$$W = Pw, \quad (5)$$

$$w = f'(n) \quad (6)$$

$$W - W_0 = Pg(n). \quad (7)$$

In queste relazioni, per comodità degli sviluppi successivi, f rappresenta la funzione di produzione, mentre g è una funzione data che indica il tasso di salario reale in funzione dell'occupazione; entrambe le funzioni si suppongono derivabili quanto occorre e strettamente crescenti. Inoltre esse soddisfano $f(0) = 0$ e, se l'occupazione non eccede un valore minimo prestabilito n_0 , si ha $g(n) = 0$.

Vale la pena di ricordare che le relazioni (1) e (2) definiscono il modello $IS - LM$ proposto da Hicks nel 1937. La relazione (1), ossia la cosiddetta IS , stabilisce una relazione inversa fra tasso di interesse e produzione aggregata, mentre la (2), ossia la LM , è funzione crescente di r e Y .⁴ Insieme, le (1) e (2), con la condizione $S(r, Y) < Y$ sempre, determinano univocamente il tasso di interesse e la produzione monetaria aggregata.⁵

La (3) rappresenta la produzione in termini reali, mentre la (4) definisce la produzione aggregata in termini monetari, e la (5) definisce il tasso di salario monetario. La condizione (6) è ottenuta dalla massimizzazione del profitto, π , rappresentato da $\pi = f(n) - wn$.⁶ Infine,

⁴ Modigliani (1944) elabora dettagliate spiegazioni sul comportamento di queste funzioni.

⁵ In un certo senso, si potrebbe sostenere che le (1) e (2) rappresentano una parziale versione semplificata del pensiero di Keynes, non solo grazie ad Hicks, ma anche come emerge dalla indiscussa autorevolezza di Samuelson (1947, pp.276-278, formule (56)-(58)).

⁶ Perché il profitto sia massimo occorre naturalmente che sia $f''(n) < 0$, ossia la produzione deve avvenire con rendimenti di scala decrescenti.

la (7) determina il tasso di salario monetario, per ipotesi mai minore di W_0 , come funzione crescente della funzione inversa dell'offerta di lavoro, $g(n)$; è questa relazione che qualifica come Keynesiano il modello formato dalle precedenti relazioni (Modigliani, 1944, p.47).

Una volta determinati r e Y , dalla (7) riscritta $w - w_0 = g(n)$ si ottiene, impiegando la (6), $f'(n) = w_0 + g(n)$. Considerando f' decrescente e g crescente si ottiene un unico valore di n ; impiegando la (6) si ricava quindi w , mentre dalla (3) si ottiene y . Per il tramite ora della (4) si ricava P e finalmente dalla (7) si ottiene il salario monetario W . Dunque il sistema Keynesiano nella forma proposta da Modigliani ha un'unica soluzione.

Nel sistema precedente non figurano esplicitamente i consumi, C ; poiché deve comunque essere valida la identità $Y \equiv C + S$, possiamo scrivere direttamente

$$C = C(r, Y) = Y - S(r, Y) = Y - I(r, Y), \quad (8)$$

che esprime i consumi in funzione sia di r che di Y .⁷ Naturalmente occorre supporre che si abbia sempre $S(r, Y) < Y$, ossia che i risparmi (delle famiglie) siano sempre minori del reddito. Questa condizione richiama espressamente il moltiplicatore Keynesiano,⁸ che secondo la precedente relazione (8) diventa funzione di r . Infatti, ricordando la condizione $S(r, Y) < Y$, un modo semplice e diretto di esprimere la funzione del consumo è supporre che la propensione al consumo, γ , dipenda da r e di porre $C(r, Y) = \gamma(r)Y$, con $0 < \gamma(r) < 1$.⁹ Dalla (8) otteniamo ora

$$Y = \frac{1}{1 - \gamma(r)} I(r, Y).$$

Sebbene Allen (1956, p.38) qualifichi il modello di Modigliani come un modello di equilibrio generale, le relazioni che lo compongono non contengono alcuna condizione specifica sulla domanda di lavoro, quindi sull'equilibrio o meno fra domanda e offerta, e dunque sulla eventuale disoccupazione presente nell'economia. Inoltre il modello non contiene

⁷ Resta da vedere come i consumi si determinano; per esempio, si può pensare che i consumi siano uguali ai salari, supponendo che i lavoratori consumino tutti i loro redditi e i capitalisti risparmino interamente i profitti.

⁸ Il moltiplicatore fu in realtà introdotto da Kahn.

⁹ Se r può interpretarsi come remunerazione perché gli agenti rinuncino a tenere moneta in forma liquida, si può senz'altro supporre che la propensione al consumo sia funzione decrescente di r .

alcun legame fra il consumo e i redditi da lavoro. Di questo, e di altro, ci occuperemo in pagine successive.

4 Modigliani rivisitato

Alle grandezze considerate nella precedente sezione aggiungiamo ora il capitale, k in termini reali e $K = Pk$ in termini monetari. Possiamo ora riscrivere la funzione di produzione

$$y = f(n, k), \quad (9)$$

in sostituzione della (3), con l'ipotesi che le derivate parziali prime di f sono entrambe positive, e ritenere che k sia determinato dalla relazione

$$f'_k(n, k) = r, \quad (10)$$

ottenuto dalla massimizzazione del profitto, $\pi = f(n, k) - wn - rk$, espresso in termini reali.

La relazione (10) si potrebbe interpretare come espressione del principio Keynesiano dell'efficienza marginale del capitale, poiché uguaglia la produttività marginale monetaria del capitale al tasso di interesse.¹⁰

Poiché r ed n sono già stati determinati, l'equazione (10) permette di calcolare univocamente il valore che il capitale deve assumere in equilibrio, sotto l'usuale ipotesi che f'_k è funzione strettamente decrescente di k .

Naturalmente a questo punto il problema si sposta in un ambito dinamico, in quanto il capitale corrente è il risultato di numerosi atti

¹⁰ Per amore di verità, Keynes (1936, pp.135-136) ha una nozione diversa di efficienza marginale del capitale. Nelle notazioni da lui scelte, sia Q_1, Q_2, \dots, Q_n la successione delle annualità (in termini monetari) che un investitore otterrà dall'acquisto di una attività (di capitale) il cui prezzo è p . L'efficienza marginale del capitale in questione è il tasso di sconto, ρ , che rende il valore attuale della successione delle annualità uguale al prezzo pagato. Si ottiene quindi

$$p = \frac{Q_1}{1 + \rho} + \frac{Q_2}{(1 + \rho)^2} + \dots + \frac{Q_n}{(1 + \rho)^n}.$$

Supponendo tutte le Q_i positive, il secondo membro è funzione derivabile e decrescente di ρ ; tende a $+\infty$ per ρ tendente a -1 e tende a 0 per ρ tendente a $+\infty$. Esiste quindi un unico valore di ρ che soddisfa la precedente relazione. In ogni caso, ρ rappresenta un tasso di interesse, e in condizioni di equilibrio allocativo può ritenersi uguale ad r , come sostiene anche Modigliani (1944, p.72).

di investimento compiuti in passato, e allo stesso tempo concorre a determinare l'evoluzione futura dell'economia. Occorre dunque ripensare il modello Keynesiano di Modigliani in termini dinamici. Un primo punto da considerare é se sia opportuno trattare il tempo come variabile continua oppure discreta, senza dimenticare che ogni modello espresso in tempo continuo può sempre essere trasformato in uno a tempo discreto, e viceversa. Il fatto é che spesso si sostiene che i modelli dinamici a tempo discreto generano equazioni alle differenze finite che talvolta introducono traiettorie spurie e complesse, estranee alle formulazioni in tempo continuo. Ma certi ritardi temporali, per esempio nella produzione e nella spesa del reddito, sono resi in modo piú chiaro e comprensibile quando il tempo é pensato come successione di periodi di uguale durata.¹¹

5 Keynes dinamico in tempo continuo

Conviene ora arricchire il modello della precedente sezione, riformulandolo in un contesto dinamico a tempo continuo. Per comodità di notazione, la funzione di produzione f si suppone tenga già conto dell'obsolescenza del capitale, mentre i rappresenta l'investimento reale, ossia $i = I/P$. L'equazione fondamentale del modello dinamico esprime la variazione temporale del capitale fisico, \dot{k} , in funzione degli investimenti. Dall'identità $c(t) + i(t) = y(t)$ e da $\dot{k} = i(t)$ otteniamo

$$\dot{k} = f[n(t), k(t)] - c(t). \quad (11)$$

Impiegando ancora la formula della sezione precedente, ossia $c(t) = \gamma(r)y(t)$, dalla (11) si ricava

$$\dot{k} = [1 - \gamma(r)]f[n(t), k(t)], \quad (12)$$

dove possiamo supporre che r sia stato determinato tramite il modello Hicksiano $IS - LM$, che rappresenta la parte statica del presente modello. Naturalmente, con r resta determinata anche la produzione monetaria aggregata, $Y(t)$.

L'equazione (12) deve essere affiancata dalla legge di movimento della forza lavoro, n , che secondo tradizione possiamo supporre essere

¹¹ In effetti, la versione dinamica proposta da Modigliani é formulata con tempo discreto.

una percentuale temporalmente costante della popolazione e tale da soddisfare l'equazione

$$\dot{n} = \nu n(t), \quad (13)$$

dove ν , generalmente una costante positiva assegnata esogenamente, indica il tasso di variazione della popolazione (e quindi della forza lavoro).

Le equazioni differenziali (12) e (13) formano un sistema che, a parte la propensione al consumo ora dipendente da r , é in tutto analogo al sistema che rappresenta il modello neoclassico di Solow-Swan, la cui analisi é ben nota quando si suppone che f manifesti rendimenti di scala costanti. In particolare, in assenza di affermazioni contrarie, il modello contempla la piena occupazione sia del lavoro che del capitale, mentre uno dei caposaldi dell'analisi di Keynes é lo studio della disoccupazione del lavoro e dei possibili rimedi.

Quando f manifesta rendimenti di scala costanti, é ben noto che si può ridurre il precedente sistema ad un'unica equazione differenziale, ottenuta ponendo $x = k/n$, dove x rappresenta il capitale pro-capite. Infatti si ottiene $\dot{x} = \dot{k}/n - x\dot{n}/n = \dot{k}/n - \nu x$, mentre si può scrivere $f(n, k) = nf(k/n, 1) = nf^*(x)$. Da queste due relazioni, impiegate nella (12) si ottiene

$$\dot{x}(t) = [1 - \gamma(r)]f^*[x(t)] - \nu x(t). \quad (14)$$

Poiché r é assegnato, e indipendente dal tempo, sotto le ipotesi anzidette esiste un'unica soluzione stazionaria e positiva della (14), che si può interpretare come punto fisso della funzione $x \mapsto \frac{1-\gamma(r)}{\nu} f^*(x)$.

Ma per ottenere una visione sufficientemente generale di questo modello dinamico Keynesiano occorre ancora precisare la destinazione dei redditi da lavoro e dei redditi da capitale. Tutto ciò necessariamente richiede di riconsiderare, nei due prossimi sottoparagrafi, le due funzioni del risparmio e dell'investimento.

5.1 Analisi classica

Si può supporre, per semplicitá, che i consumi siano interamente finanziati con i redditi da lavoro, mentre gli investimenti sono finanziati con i profitti e la remunerazione per il capitale anticipato. In questa eventualitá abbiamo, in termini reali, $c(t) = w(t)n(t)$ e $i(t) = \pi(t) +$

$rk(t) = y(t) - w(t)n(t) = y(t) - c(t)$. Queste relazioni soddisfano automaticamente l'identità $y(t) \equiv c(t) + i(t)$, dove $rk(t)$, come é stato appena detto, si può interpretare come la quota di reddito che va ai capitalisti per ricompensarli del fatto che essi anticipano i mezzi di produzione. I capitalisti si appropriano inoltre dei profitti, in quanto sono essi che esercitano direttamente l'attività produttiva. Se i capitalisti non consumano ma investono interamente i loro redditi abbiamo $i(t) = \pi(t) + rk(t)$.¹²

Resta da determinare soltanto il livello dei prezzi, $P(t)$. A tal fine possiamo immaginare data la quantità totale di moneta, M_0 , impiegata a scopo di transazione sia dai lavoratori che dai capitalisti, ed inoltre possiamo considerare assegnati (dalle abitudini di spesa degli agenti economici e dalla frazione di reddito oggetto di transazioni) due coefficienti positivi, v_n e v_i , tali che

$$M_n(t) = v_n P(t) w(t) n(t) = v_n W(t) n(t)$$

rappresenta la moneta domandata dai lavoratori, mentre

$$M_i(t) = v_i r(t) P(t) k(t) = v_i r(t) K(t)$$

rappresenta la moneta domandata dai capitalisti che, ceteris paribus, dipende anche dal tasso di interesse.¹³ Con queste posizioni il livello dei prezzi, $P(t)$, é determinato dalla condizione

$$M_0 = M_n(t) + M_i(t) = P(t)[v_n w(t) n(t) + v_i r(t) k(t)]. \quad (15)$$

L'equazione (15) completa l'analisi di tipo classico, e getta uno spiraglio sull'apparato $IS-LM$ di Hicks. Poiché la domanda di moneta dipende anche da r , la moneta non é piú un semplice velo, come nei modelli di equilibrio generale.¹⁴

5.2 Analisi Keynesiana

Veniamo dunque alla caratteristica piú propriamente Keynesiana: come legare le grandezze considerate nella versione classica alle relazioni (1)

¹² Conviene ricordare che se f é positivamente omogenea di primo grado allora si ha $\pi(t) = 0$, mentre i profitti diventano positivi solo quando i rendimenti di scala sono decrescenti.

¹³ In equilibrio tasso di profitto e tasso di interesse sono fra loro uguali.

¹⁴ Quando la includono.

e (2) di Hicks,¹⁵ recepite dal modello proposto da Modigliani. Il modo piú semplice sembra essere quello di considerare direttamente la domanda di moneta composta da tre parti: la domanda di moneta a scopo di transazione, la domanda a scopo di speculazione, e la domanda a scopo di investimento. Il primo tipo di domanda dipende principalmente dall'indice dei prezzi, P , e dal reddito reale, y , mentre il secondo tipo dipende principalmente dal tasso di interesse, r , e il terzo tipo dipende soprattutto dal reddito reale, y . Possiamo quindi esprimere la domanda totale di moneta, L , con la funzione $L = L(P, r, y)$. Assegnata l'offerta di moneta, M_0 , costante nel tempo, possiamo scrivere

$$\frac{dP}{dt} = \alpha[L(P, r, y) - M_0], \quad (16)$$

con α parametro positivo, ossia: il livello dei prezzi aumenta quando la domanda di moneta é maggiore dell'offerta. Questa equazione rappresenta in ambito dinamico l'analogo della funzione LM di Hicks.¹⁶

Per quanto riguarda i risparmi, S , e gli investimenti, I , i primi sono frutto soprattutto dei sacrifici delle famiglie e i secondi sono decisi essenzialmente dalle prospettive di profitto delle imprese; in ambito dinamico possiamo scrivere

$$\frac{dY}{dt} = \beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)], \quad (17)$$

con $\beta > 0$, ossia il reddito monetario cresce quando gli investimenti superano il risparmio. L'equazione (17) é l'analogo dinamico della relazione Hicksiana IS . Nelle relazioni (16) e (17) si sono tenute separate le variabili P e y , anziché considerare direttamente il loro prodotto, $Py = Y$, per includere la possibilità che si possa verificare nell'economia una influenza separata dell'indice dei prezzi e del reddito reale.

Le equazioni (16) e (17) completano il modello. Occorre notare che nella (17) abbiamo $\frac{dY}{dt} = \frac{d(Py)}{dt} = \dot{P}y + P\dot{y}$. Possiamo quindi combinare

¹⁵ Assumendo che queste relazioni rappresentino adeguatamente il pensiero del Keynes della *General Theory*.

¹⁶ Si potrebbe anche sostenere che nella (16) la grandezza determinata dalla differenza fra domanda e offerta di moneta sia invece $\frac{dr}{dt}$, ovviamente con una velocità di adattamento, α' , molto minore di α . Si potrebbe anche scrivere una ulteriore equazione, $dr/dt = \alpha'[L(P, r, y) - M_0]$, ottenendo un sistema di tre equazioni differenziali formato da questa ulteriore equazione e dalle (16) e (17).

le due equazioni differenziali (16)-(17) e scrivere:

$$\beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)] = \alpha[L(P, r, y) - M_0]y + P\dot{y} \quad (18)$$

per ottenere un'unica equazione differenziale che esprime la variazione temporale nel reddito reale, \dot{y} :

$$\dot{y} = \{\beta[I(P, r, y) - S(P, r, y)] - \alpha[L(P, r, y) - M_0]y\}/P. \quad (19)$$

Lo stato stazionario, come appare immediatamente da questa equazione, si ottiene quando si annulla il numeratore del secondo membro, o in particolare quando simultaneamente si ha $I = S$ e $L = M_0$.¹⁷ L'equazione segnala inoltre che, *ceteris paribus*, il reddito reale tende ad aumentare quando gli investimenti superano il risparmio, oppure quando la domanda di liquidità é minore dell'offerta di moneta.

6 Pasinetti Keynesiano

Conviene a questo punto soffermarsi brevemente sulla parte terza del recente libro di Luigi Pasinetti (2007), grande estimatore di Keynes ma proponente un proprio percorso originale,¹⁸ che ha temporalmente inizio verso la metà degli anni sessanta del secolo scorso. In realtà Pasinetti, piú che proseguire nelle ricerche iniziate da Keynes (che insisteva sulle economie monetarie di produzione), fa proprio, e lo sviluppa, il motivo di fondo di Keynes secondo cui occorre abbandonare i neoclassici per ritornare ai classici.

Uno dei propositi di Pasinetti é formulare un modello dinamico multisettoriale in grado di soddisfare gli elementi essenziali del pensiero Keynesiano. Ciò che piú preme a Pasinetti (2007, p.250) é scostarsi il piú possibile dalla tradizione neo-classica, fondata sull'equilibrio generale e in particolare sulla determinazione dei prezzi basata sullo scambio dei beni in condizioni di scarsità nelle risorse disponibili,¹⁹ per privilegiare il ritorno ai classici attraverso l'introduzione degli aspetti connessi alla produzione dei beni e al cambiamento tecnico.²⁰ Mentre nella teoria dell'equilibrio generale vi sono solo prezzi di mercato (sono i prezzi

¹⁷ La stazionarietà di $P(t)$ richiede che sia $L = M_0$, e quindi $y(t)$ diventa stazionaria quando é $I = S$.

¹⁸ Vicino all'insegnamento di Sraffa (1960).

¹⁹ Nella concezione di Pasinetti l'equilibrio generale ha natura essenzialmente statica.

²⁰ Dove prevalgono invece gli aspetti dinamici.

in grado di equilibrare domanda e offerta di ogni bene), il ritorno ai classici permette di introdurre i prezzi naturali, che scaturiscono interamente dalla struttura produttiva dell'economia, che Pasinetti rappresenta per mezzo dello schema delle interdipendenze settoriali proposto da Leontief, arricchito con il progresso tecnico e con la domanda finale di beni. Si può forse sostenere, ma non so se Pasinetti sarebbe pienamente d'accordo, che la sua teoria dinamica è in grado di coniugare la macroeconomia Keynesiana con la microeconomia Walrasiano-Paretiana fondata sull'equilibrio generale.

Nella teoria dinamica di Pasinetti, espressa in tempo continuo, sono presenti molti degli elementi più importanti che caratterizzano un'economia dinamica: i mutamenti nei coefficienti di lavoro, l'evoluzione nel tempo dei coefficienti di consumo, la crescita della popolazione, la dinamica strutturale. Tutto questo dimostra quanto Pasinetti si sia adoperato, nel corso di più di quattro decenni, per fondare una originale teoria dinamica multisetoriale imperniata sui prezzi naturali, quindi con un pieno ritorno ai classici visti in una rigorosa ottica contemporanea.

7 Quando i prezzi di mercato sono anche prezzi naturali

Nella teoria di Pasinetti poco sopra richiamata i prezzi sono prezzi naturali; possono questi prezzi diventare anche prezzi di mercato? Una risposta positiva è contenuta in un modello proposto da Lombardini e Nicola (1975), qui ripreso nella forma semplificata di Nicola (1976). Il modello è impostato in tempo discreto per esprimere una crescita regolare, dove le quantità di tutti i beni crescono alla stessa velocità per periodo, $\alpha - 1$, che è anche la velocità di crescita della forza lavoro,²¹ mentre tutti i prezzi, ossia il tasso di salario, w , il tasso di profitto, r , e il vettore dei prezzi degli n beni prodotti, $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, sono costanti nel tempo.

La struttura produttiva è quella del tradizionale modello di Leontief, dove ogni bene può essere prodotto da un solo processo produttivo a rendimenti di scala costanti; $A = (a_{ij})$ rappresenta la matrice quadrata non negativa dei coefficienti tecnici diretti, mentre $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ è il vettore positivo delle quantità di lavoro direttamente impiegate per produrre un'unità dei vari beni. Posto che il lavoro sia

²¹ Quindi il valore di α è assegnato esogenamente.

remunerato posticipatamente e che A sia produttiva, e quindi soddisfacente la condizione che il suo autovalore massimo λ^* sia minore dell'unit , i prezzi naturali sono soluzione della seguente equazione:

$$(1 + r)pA + wq = p. \quad (20)$$

Normalizzando la somma dei prezzi all'unit ,²² con qualche passaggio elementare da questa relazione si ottiene

$$w = \frac{1}{q[I - (1 + r)A]^{-1}s}, \quad (21)$$

dove $s = (1, 1, \dots, 1)$ rappresenta il vettore somma.   facile verificare che per r soddisfacente le condizioni $0 < 1 + r < 1/\lambda^*$ la (17) stabilisce una relazione inversa fra tasso di salario e tasso di profitto, come aveva stabilito Sraffa (1960). Come si vede, tutti i prezzi e le variabili distributive sono interamente determinati dalla struttura produttiva dell'economia; essi quindi sono prezzi naturali.

Sia ora $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ il vettore dei consumi finali e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ il vettore delle produzioni settoriali. Se tutte le quantit  crescono secondo il fattore α , con $\alpha < 1/\lambda^*$, per periodo abbiamo

$$\alpha(Ax + c) = x. \quad (22)$$

Dalla (18) otteniamo

$$x = (I - \alpha A)^{-1}c; \quad (23)$$

inoltre, se L rappresenta la quantit  totale di lavoro disponibile, deve essere soddisfatta la condizione

$$q \cdot x \leq L. \quad (24)$$

Ma come rendere endogeni i consumi finali? Qui pu  venire in soccorso la teoria Walrasiana, che consente di esprimere i consumi finali in funzione di p, r, w , dove le variabili distributive r, w soddisfano la (17), e del vettore x delle produzioni settoriali. Sia infatti fissato α in modo da verificare $\alpha < 1 + r$, e supponiamo che i lavoratori consumino interamente i loro redditi, mentre i capitalisti investono la frazione $\alpha - 1$ dei loro redditi, necessaria per consentire al sistema di crescere alla velocit 

²² Alternativamente, i prezzi possono essere normalizzati impiegando il vettore colonna positivo, x^* , associato all'autovalore massimo di A .

$\alpha - 1$, e consumano la restante frazione $r - (\alpha - 1)$. Complessivamente, i redditi spesi in consumi sono dati da $wq \cdot x + [r - (\alpha - 1)]pAx$, e la relazione di bilancio per l'insieme di tutti i consumatori é:

$$p \cdot c = wq \cdot x + [r - (\alpha - 1)]pAx. \quad (25)$$

Pensando i consumi come determinati dagli agenti in modo da massimizzare le loro utilitá sotto i rispettivi vincolo di bilancio, di cui la relazione (25) ne rappresenta la somma, se le funzioni di utilitá individuali soddisfano le usuali ipotesi, e inoltre sono strettamente quasi concave, otteniamo la funzione di domanda totale

$$c = f(p, w, r; x). \quad (26)$$

Questa funzione, sostituita nella (19), consente di scrivere

$$x = (I - \alpha A)^{-1} f(p, w, r; x). \quad (27)$$

Poiché i valori di p, w, r sono noti, un'applicazione del teorema del punto fisso alla (23) permette di determinare anche x e quindi c .²³ Si accerta poi, tramite la (25), che é verificata la condizione di piena occupazione del lavoro, ossia $q \cdot x = L$. Quindi, in definitiva, nel presente contesto i prezzi naturali diventano anche prezzi di mercato, in quanto sono determinati nella sfera produttiva dell'economia e al contempo uguagliano, per ogni bene, la domanda e la corrispondente offerta.

Il punto critico della costruzione é che questa identificazione vale solo per produzioni a rendimenti di scala costanti, ma non vale piú quando i rendimenti di scala sono decrescenti. Comunque sia, il modello qui richiamato considera costanti nel tempo sia la matrice A che il vettore q ; ma si puó certamente seguire la strada proposta da Pasinetti (2007, pp.282-284) e considerare un progresso tecnico esogeno per mutare, di periodo in periodo, i coefficienti a_{ij} e q_j , nonché per accogliere cambiamenti nelle funzioni individuali di utilitá e quindi nelle funzioni di domanda finali, f . In questo caso cambia ovviamente, in funzione del tempo, la relazione (21) fra tasso di salario e tasso di profitto, ma la struttura del modello é mantenuta ed é possibile, periodo dopo periodo, determinare tutte le grandezze che esprimono l'equilibrio dell'economia.

²³ Per i dettagli si veda Nicola (1993), che opera nel contesto del piú generale modello di von Neumann.

8 Conclusioni

Con la sola eccezione dell'Inghilterra, probabilmente gli economisti italiani hanno, piú degli economisti di altri paesi, coltivato il terreno intellettuale che Keynes aveva incominciato a dissodare. Non vi é dubbio che la *General Theory* di Keynes, almeno secondo i criteri odierni, non possiede la generalitá e l'eleganza della teoria Walrasiana; ma forse possiamo addentrarci su un sentiero che consenta l'integrazione fra le due teorie, per esempio inserendo nell'analisi Walrasiana gli elementi fondamentali della costruzione Keynesiana (o viceversa) per quanto riguarda gli aspetti monetari e gli equilibri con sottooccupazione della forza lavoro. Oppure si potrebbe seguire la strada aperta da Pasinetti, cercando di rendere endogene alcune grandezze, come i mutamenti nei coefficienti di lavoro e l'evoluzione nel tempo dei coefficienti di consumo, da lui assunte come esogene, da completare inoltre con lo schema *IS – LM*.

Seguendo le orme innovative tracciate da Keynes é aperta una via importante, che vale la pena di percorrere anche se la strada sembra presentarsi piuttosto lunga e accidentata. Per gli studiosi del grande economista inglese, e per il progresso di tutta l'economia come scienza, si tratta senza alcun dubbio di un compito appassionante e fruttuoso.

Appendice

La crisi generata negli ultimi mesi del 2008, soprattutto negli Stati Uniti e nel Regno Unito, dalla disinvolta gestione dei numerosi strumenti cartacei messi a disposizione della economia dalla ingegneria finanziaria,²⁴ ha decimato l'economia reale nella maggior parte dei Paesi. Si auspica quindi, da piú parti, un massiccio ritorno a politiche Keynesiane anticicliche, per anni rimaste nell'ombra quando le economie dei principali Paesi registravano soddisfacenti e persistenti tassi di crescita del prodotto interno lordo.

Per l'economista teorico non vi é nulla di nuovo nel saliscendi dei tassi di crescita del PIL: le economie dei vari Paesi nel corso dei decenni hanno sempre registrato alti e bassi, in passato come nel presente e prevedibilmente come avverrá anche nel futuro. Ora si invoca

²⁴ Tutto questo porta a ricordare "L'Apprendista Stregone", celebre racconto di Goethe.

Keynes, che fra qualche anno sarà rimesso presumibilmente nell'ombra per ridare spazio al mercato (possibilmente sorvegliato dallo Stato, ossia con regole chiare, esaurienti e applicate da apposite autorità). Ma le proposte di impronta Keynesiana ritorneranno sempre, nel corso dei decenni, ad essere attuali.

Riferimenti

- Allen, R. G. D.** (1956), *Mathematical Economics*, Londra, Macmillan (II ed., 1958), pp.38-40.
- Bini, P.** (a cura di) (1984), Keynes in Italia e la trasmissione internazionale delle idee economiche, *Annali dell'Economia Italiana*, Istituto IPSOA, pp.97-133.
- Bresciani Turrone, C.** (1960), *Corso di economia politica*, volume primo, Milano, Giuffré (quarta edizione).
- Bresciani Turrone, C.** (1957), *Corso di economia politica*, volume secondo, Milano, Giuffré (terza edizione aggiornata).
- Demaria, G.** (1984), Testimonianza, in P. Bini (a cura di), cit., pp.41-44.
- di Fenizio, F.** (1966), *Le leggi dell'economia*, Milano, Editrice L'industria.
- Einaudi, L.** (1933), Il mio piano non é quello di Keynes, *Riforma Sociale*, marzo-aprile.
- Keynes, J. M.** (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Londra, Macmillan.
- Lombardini, S.** (1959), *Appunti dalle lezioni di economia politica*, II. corso, volume terzo, Milano, La Goliardica.
- Lombardini, S. e P. C. Nicola** (1975), Income Distribution and Economic Development in Ricardian and Walrasian Models, in *Applications of Systems Theory to Economic Management and Technology*, Roma.
- Lunghini, G. e R. Targetti Lenti** (2004), Di Fenizio e l'economia politica di Keynes, in G. Garofalo e A. Graziani (a cura di) *La formazione degli economisti in Italia (1950-1975)*, Bologna, il Mulino.
- Modigliani, F.** (1944), Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money, *Econometrica*, vol.12, pp.45-88.
- Nicola, P. C.** (1976), *Lezioni di dinamica economica*, Bologna, il Mulino, pp.192-206.

Nicola, P. C. (1993), Existence of Solutions in a Dynamic General Equilibrium System: an Application of the Kakutani Fixed Point Theorem, in L. L. Pasinetti (a cura di), *Italian Economic Papers*, vol.II, Bologna, Il Mulino e Oxford, Oxford University Press, pp.107-117.

Pasinetti, L. L. (2007), *Keynes and the Cambridge Keynesians*, Cambridge, Cambridge University Press.

Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge (MA), Harvard University Press.

Sraffa, P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino, Einaudi.

Vito, F. (1956), *Introduzione all'economia politica*, Milano, Giuffr  (undicesima edizione).

Vito, F. (1954), *Le fluttuazioni cicliche*, Milano, Vita e Pensiero.